

# 大学数学作业册

(理工类)

(第2版)

刘金冷 主 编  
张艺萍 杨凡 副主编

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

## 内容简介

本作业册是与刘金冷主编的《大学数学(理工类)(第2版)》教材相配套的同步作业,作业册以节为单元,配有单项选择题、填空题、计算题、应用题,每章配有自测题,以便检测学生对本章知识掌握的情况,供教师教学选择使用.

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容.  
版权所有,侵权必究.

## 图书在版编目(CIP)数据

大学数学作业册. 理工类/刘金冷主编. —2版. —北京:电子工业出版社,2010.2  
ISBN 978-7-121-08100-2

I. 大… II. 刘… III. 高等数学—高等学校:技术学校—习题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 003629 号

策划编辑:施玉新

责任编辑:毕军志

印 刷:

装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本:787×1 092 1/16 印张:7.25 字数:180.8 千字

印 次:2010 年 2 月第 1 次印刷

定 价:12.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换.若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

## 前 言

这本作业册是《大学数学(理工类)》教材(主编:刘金冷,电子工业出版社,2007年1月出版)的配套习题册.目的是使学生通过课后练习掌握教材的基本内容,提高分析问题和解决问题的能力.因此,在编写中选取了一些与实际密切相关的习题,来加深学生对教材基础内容的理解.书中题目经过精选,具有低门槛,有坡度,分层次,重实践,强能力的特点.认真完成作业册的习题,可使学生进一步理解基础知识,掌握常用的数学方法,培养良好的学习习惯和分析问题、解决问题的能力.全书对应教材共分9章,每一章按内容的顺序和结构分为若干练习和自测题,书后附有练习题答案、部分习题的提示或较详细的解题步骤,以供参考.由于编者水平有限,习题与答案难免有不妥之处,恳请使用本书的广大师生批评指正.

编 者

2007年1月

## 第 2 版前言

鉴于《大学数学(理工类)》教材进行了修订、再版,与之配套的作业册也做了相应的修订、调整,更加突出了天津市成人专科数学课的微积分统一考试的重点、难点要求.同时,也对全书各章节的作业题、自测题的参考答案重新进行了校核.欢迎批评指正.

编 者

2009 年 11 月

# 目 录

第 1 章 函数、极限与连续 .....	(1)
第 1 章自测题 .....	(7)
第 2 章 一元函数微分学 .....	(11)
第 2 章自测题(1) .....	(23)
第 2 章自测题(2) .....	(27)
第 3 章 一元函数积分学 .....	(31)
第 3 章自测题(1) .....	(43)
第 3 章自测题(2) .....	(47)
第 4 章 向量代数与空间解析几何 .....	(51)
第 4 章自测题 .....	(57)
第 5 章 二元函数微积分 .....	(59)
第 5 章自测题 .....	(64)
第 6 章 常微分方程 .....	(66)
第 6 章自测题 .....	(71)
第 7 章 级数 .....	(72)
第 7 章自测题 .....	(75)
第 8 章 矩阵与线性方程组 .....	(77)
第 8 章自测题 .....	(83)
第 9 章 拉普拉斯变换 .....	(86)
第 9 章自测题 .....	(91)
参考答案 .....	(93)

# 第1章 函数、极限与连续

## 作 业 1.1

### 一、单项选择题

1. 函数  $y = \frac{5x}{x^2 - 3x + 2}$  的定义域是 ( ).

A.  $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$

B.  $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

C.  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

D.  $(-\infty, +\infty)$

2. 下列各对函数中, 为同一个函数的是 ( ).

A.  $f(x) = x, g(x) = (\sqrt[3]{x})^3$  B.  $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

C.  $f(x) = x, g(x) = \frac{x^2}{x}$  D.  $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2\ln x$

3. 下列函数中为奇函数的是 ( ).

A.  $x \sin x$  B.  $x^3 e^{-x^2}$

C.  $x^4 + \cos x$  D.  $\frac{3^x + 3^{-x}}{2}$

4. 下列函数中为偶函数的是 ( ).

A.  $\frac{a^x - a^{-x}}{2}$  B.  $x^2 \sin x$

C.  $x \cos x$  D.  $x \sin x$

### 二、填空题

1. 函数  $y = \ln(x+3)$  的定义域是\_\_\_\_\_.

2. 函数  $y = \sqrt{4-x^2}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

3. 设  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ , 则  $f\left[f\left(\frac{1}{x}\right)\right] =$ \_\_\_\_\_.

4. 由  $y = \lg u, u = 2 - v^2, v = \sin x$  组成的复合函数为\_\_\_\_\_.

5. 函数  $y = (1 + \ln x)^5$  是由简单函数\_\_\_\_\_复合而成.

### 三、计算题

1. 求函数  $y = \sqrt{5-x} + \lg(x-1)$  的定义域.

2. 设  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ , 求  $f(0), f(1), f(2), f(-x), f\left(\frac{1}{x}\right), f(x+1)$ .

3. 设  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 < x \leq 1; \\ x-1, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$  求  $f(x)$  的定义域,  $f(0.5), f(1), f(2)$ .

4. 写出组成复合函数  $y = \sin^3(8x + 5)$  的简单函数.

5. 写出组成复合函数  $y = \sqrt{\ln \sqrt{x}}$  的简单函数.

6. 某厂生产产品 1600 吨, 每吨定价 150 元, 销售量不超过 800 吨时, 按原价出售; 超过 800 吨时, 超过部分按八折出售. 求销售收入与销售量之间的函数关系.

## 作 业 1.2

### 一、单项选择题

1. 若数列  $\{x_n\}$  与  $\{y_n\}$  的极限分别为  $a$  与  $b$  且  $a \neq b$ , 则数列  $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots$  的极限为 ( ).  
A.  $a$       B.  $b$       C.  $a + b$       D. 不存在
2. 函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处有定义, 是  $x \rightarrow x_0$  时  $f(x)$  有极限的 ( ).  
A. 必要条件    B. 充分条件    C. 充要条件    D. 无关条件
3. 设  $f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \leq 0; \\ x^2 - 2, & x > 0, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$  ( ).  
A. 2      B. -2      C. -1      D. 0
4.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$  与  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$  都存在且相等是函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处有极限的 ( ).  
A. 必要条件    B. 充分条件    C. 充要条件    D. 无关条件

### 二、填空题

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} =$  \_\_\_\_\_.
2.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x =$  \_\_\_\_\_.
3. 若  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$ , 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) =$  \_\_\_\_\_.
4. 设  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0; \\ 1, & x = 0; \\ \tan x, & x > 0, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$  \_\_\_\_\_.

5. 研究函数的图形,并写出  $\lim_{x \rightarrow x_0} C = \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 研究函数的图形,并写出  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
7. 研究函数的图形,并写出  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \underline{\hspace{2cm}}$ .
8. 研究函数的图形,并写出  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、计算题

1. 计算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n^2}$ .

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 3; \\ 0, & x = 3; \\ 2x-2, & x > 3. \end{cases}$  利用函数极限存在的

的充要条件判断  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  是否存在.

3. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x+3, & x < 2; \\ 2x-1, & x \geq 2. \end{cases}$  求  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  及  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ , 判断  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  是否存在.

4. 设  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ \frac{2}{x}, & x > 1. \end{cases}$  求  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  和

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

## 作 业 1.3

### 一、单项选择题

1. 下列极限存在的是 ( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$

B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x+1)}{x^2}$

C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$

D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$



2. 下列函数中,当  $x \rightarrow 0^+$  时,为无穷大的是 ( ).

- A.  $2^{-x}$       B.  $2^x$       C.  $e^{-x}$       D.  $e^{\frac{1}{x}}$

3. 下列各式中正确的是 ( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$       B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$       D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = -1$

4. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\sin nx} =$  ( ).

- A. 1      B. 0      C.  $\frac{n}{m}$       D.  $\frac{m}{n}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x^2)}{1-x} =$  ( ).

- A. 1      B. 0      C.  $\frac{1}{2}$       D. 2

6. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x =$  ( ).

- A. e      B.  $e^{-1}$       C. -e      D. -1

7. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+4x)^{\frac{1}{x}} =$  ( ).

- A.  $e^{-4}$       B.  $e^4$       C.  $e^{\frac{1}{4}}$       D.  $e^{-\frac{1}{4}}$

8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 1}{5n^3 + n^2 + n} =$  ( ).

- A.  $\frac{4}{5}$       B. 0      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\infty$

## 二、填空题

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3}{x - 3} =$  \_\_\_\_\_.

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3}{x - 3} =$  \_\_\_\_\_.

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1000x}{1 + x^2} =$  \_\_\_\_\_.

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^2}{n+1} =$  \_\_\_\_\_.

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 3x + 7} =$  \_\_\_\_\_.

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} =$  \_\_\_\_\_.

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$  \_\_\_\_\_.

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x =$  \_\_\_\_\_.

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x\right) =$  \_\_\_\_\_.

10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x} =$  \_\_\_\_\_.

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 2x =$  \_\_\_\_\_.

12.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{kn} = e^{-3}$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ .      2. 计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}\right)$ .

3. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}$ . 4. 计算  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \cos 3x$ .

5. 计算  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$ . 6. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1+x^2}}$ .

7. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{3x}$ .

8. 计算  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}-1}$ .

9. 计算  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$ . 10. 计算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3n^3}$ .

## 作 业 1.4

### 一、单项选择题

1. 函数  $f(x) = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\lg(1+x)}$  的连续区间为 ( ).

- A.  $(-2, +\infty)$  B.  $(-1, +\infty)$   
C.  $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$  D.  $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$

2. 函数  $f(x) = \begin{cases} x-1, & 0 < x \leq 1; \\ 2-x, & 1 < x \leq 3 \end{cases}$  在  $x=1$  处不连续是因为 ( ).

- A.  $f(x)$  在  $x=1$  处无定义 B.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  不存在  
C.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  不存在 D.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  不存在

3. 函数  $y = f(x)$  在点  $x = x_0$  处有定义是  $f(x)$  在  $x_0$  处连续的 ( ).

- A. 必要条件 B. 充分条件 C. 充要条件 D. 无关条件

4. 函数  $y = f(x)$  在点  $x = x_0$  处连续是  $f(x)$  在  $x_0$  处有极限的 ( ).

- A. 必要条件 B. 充分条件 C. 充要条件 D. 无关条件

5. 函数  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-5x+6}$  的间断点是 ( ).

- A.  $x=2$  B.  $x=3$   
C.  $x=2$  或  $x=3$  D.  $x=2$  和  $x=3$

## 二、填空题

1. 函数  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^3}$  的连续区间是\_\_\_\_\_.

2. 设  $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0; \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续, 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

3. 函数  $f(x) = \sqrt{x(x-1)} + \frac{x^2-1}{(x+1)(x+2)}$  的间断点的个数是\_\_\_\_\_.

4. 函数  $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x < 1; \\ a-3x, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$  在点  $x=1$  处连续, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

5. 函数  $y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$  的间断点为  $x =$ \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \ln(x^2+1).$       2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(x-1) + 2^x}{x+1}.$

3. 讨论函数  $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 2; \\ x^2+1, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$  在点  $x=2$  处的连续性.

4. 讨论函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x}, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处的连续性.

5. 当  $a$  为何值时, 函数  $f(x) = \begin{cases} 4e^x, & x \geq 0; \\ a+x, & x < 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续.

6. 当  $k$  为何值时, 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x < 0; \\ x+k, & x \geq 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续.

## 第1章自测题

## 一、单项选择题

- 函数  $y = \sqrt{5-x} + \lg(x-1)$  的定义域是 ( ).  
A.  $(0, 5]$     B.  $(1, 5]$     C.  $(1, 5)$     D.  $(1, +\infty)$
- 函数  $f(x) = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\lg(1+x)}$  的定义域是 ( ).  
A.  $(-2, +\infty)$     B.  $(-1, +\infty)$   
C.  $[-2, 0) \cup (0, +\infty)$     D.  $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$
- 函数  $y = -\frac{|x|}{x}$  是 ( ).  
A. 奇函数  
B. 偶函数  
C. 既是奇函数, 又是偶函数  
D. 既不是奇函数, 又不是偶函数
- 下列各对函数中, 为同一个函数的是 ( ).  
A.  $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2$   
B.  $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$   
C.  $f(x) = x, g(x) = \frac{x^2}{x}$   
D.  $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}$
- 下列函数中为偶函数的是 ( ).  
A.  $x + \sin x$     B.  $x^2 \sin x$

C.  $\frac{1+x^2}{1-x^2}$

D.  $\ln \frac{1-x}{1+x}$

- 函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处有定义, 是  $x \rightarrow x_0$  时  $f(x)$  有极限的 ( ).  
A. 必要条件    B. 充分条件  
C. 充要条件    D. 无关条件
- 下列函数中, 当  $x \rightarrow 0^+$  时, 为无穷大的是 ( ).  
A.  $2^{-x}$     B.  $2^x$     C.  $e^{-x}$     D.  $e^{\frac{1}{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$  ( ).  
A. 等于 1    B. 等于 0    C. 等于 -1    D. 不存在
- 设  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x \leq 0; \\ x^2-2, & x > 0, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$  ( ).  
A. -2    B. 2    C. -1    D. 0
- 函数  $f(x) = \begin{cases} x-2, & x < 0; \\ x+2, & x \geq 0, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  为 ( ).  
A. 2    B. -2    C. -2 或 2    D. 不存在
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x^2)}{1-x} =$  ( ).  
A. 1    B. 2    C.  $\frac{1}{2}$     D. 0
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2x})^{-x} =$  ( ).  
A.  $e^{-1}$     B.  $e$     C.  $e^{-\frac{1}{2}}$     D.  $e^2$
- 函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处极限存在是  $f(x)$  在  $x_0$  处连续的 ( ).

- A. 必要条件  
C. 充要条件

- B. 充分条件  
D. 无关条件

14. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x}, & x \neq 0; \\ k+1, & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续, 则

$k =$  ( ).

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0

15. 函数  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-5x+6}$  的间断点是 ( ).

- A.  $x = 2$       B.  $x = 3$   
C.  $x = 2$  和  $x = 3$       D.  $x = 2$  或  $x = 3$

## 二、填空题

1. 设  $f(x) = \begin{cases} x-1, & -\infty < x \leq 0; \\ 2^x, & 0 < x < +\infty, \end{cases}$  则  $f(0) =$  \_\_\_\_\_ ,  
 $f(1) =$  \_\_\_\_\_ .

2. 函数  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-2}$  的连续区间是 \_\_\_\_\_ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{2}{x-3}\right) =$  \_\_\_\_\_ .

4. 设  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x \leq 0; \\ x^2-2, & x > 0, \end{cases}$  则  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$  \_\_\_\_\_ .

5.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2-2x+3}{3n^2+1} =$  \_\_\_\_\_ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x} =$  \_\_\_\_\_ .

7.  $\lim_{x \rightarrow 2} (2-x) \sin \frac{1}{2-x} =$  \_\_\_\_\_ .

8.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x} =$  \_\_\_\_\_ .

9. 当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时, 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & x \neq 3; \\ a, & x = 3 \end{cases}$  在点

$x = 3$  处连续.

10. 当  $k =$  \_\_\_\_\_ 时, 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x, & x < 0; \\ k, & x = 0; \\ x \sin \frac{1}{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$

在点  $x = 0$  处连续.

## 三、计算题

1. 求函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-3}}$  的定义域.

2. 求  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$ .

3. 求  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1} (3 + \cos x)$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+x} - 2}{x - 3}$ .

5. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x}$ .

6. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$ .

7. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x} + 1}$ .

8. 求  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^{2x}$ .

9. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1; \\ 3-x, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$  求  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  及  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  并判断  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  是否存在.

10. 讨论函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1; \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$  在  $x=1$  处的连续性.

## 第2章 一元函数微分学

### 作业 2.1

#### 一、单项选择题

1. 已知  $f(x)$  在点  $x_0$  可导, 则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$  ( ).  
 A.  $f'(x_0)$     B.  $2f'(x_0)$     C.  $\frac{1}{2}f'(x_0)$     D.  $\frac{1}{f'(x_0)}$
2. 曲线  $y = x^3$  在点  $(1, 1)$  处切线的斜率为 ( ).  
 A. 1    B. 2    C. 3    D. 0
3. 函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内连续, 且  $x_0 \in (a, b)$ , 则在点  $x_0$  处 ( ).  
 A.  $f(x)$  的极限存在, 且可导  
 B.  $f(x)$  的极限存在, 但不一定可导  
 C.  $f(x)$  的极限不存在  
 D.  $f(x)$  的极限不一定存在
4. 如果函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不连续, 那么  $f'(x_0)$  ( ).  
 A. 存在    B. 不存在    C. 等于 0    D. 可能存在
5. 函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  可导是  $f(x)$  在该点连续的 ( ).  
 A. 充分条件    B. 必要条件    C. 充要条件    D. 无关系

#### 二、填空题

1. 设  $f'(x_0)$  存在, 依照导数的定义有

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 3h) - f(x_0)}{h} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 设函数  $f(x) = \sqrt{x}$ , 则  $f'(1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 曲线  $y = x^2$  上, 其切线与直线  $y = 4x - 1$  平行的点是  
 \_\_\_\_\_.

#### 三、计算题

1. 利用导数公式计算下列导数:

$$(1) y = x^{\frac{3}{5}}$$

$$(2) y = \log_2 x$$

(3)  $y = \ln x$  在  $x = 2$  处





## 二、填空题

1. 曲线  $y = \frac{1}{x}$  在点  $(1, 1)$  处的切线方程是\_\_\_\_\_.

2. 设函数  $f(x) = x \tan x$ , 则  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ \_\_\_\_\_.

3. 设函数  $y = x^{10} + 10^x + 10^{10}$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_.

4. 设函数  $y = x^2(2 + \sqrt{x})$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_.

5. 设函数  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ , 则  $f'(0) =$ \_\_\_\_\_.

6. 设函数  $y = \cos(2 + 3x)$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_.

7. 设函数  $y = 2^{x^3}$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_.

8. 设函数  $y = \ln(1 + x^2)$ , 则  $y'|_{x=0} =$ \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 求下列函数的导数:

$$(1) y = \frac{x^3 - x\sqrt{x} + 5}{\sqrt[3]{x}} \quad (2) y = x^3 \lg x + \sin x$$

$$(3) y = (2x + 5)^4$$

$$(4) y = e^{2x} \cos 3x$$

$$(5) y = x^2 \sin \frac{1}{x}$$

$$(6) y = \sin^3(2x + 1)$$

$$(7) y = \ln x^2 + (\ln x)^2$$

$$(8) y = 5^{x \ln x}$$

$$2. \text{ 设 } y = t \sin t + \frac{1}{2} \cos t, \text{ 求 } \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=\frac{\pi}{4}}.$$

$$3. \text{ 设 } f(t) = \frac{1 - \sqrt{t}}{1 + \sqrt{t}}, \text{ 求 } f'(4).$$

### 一、单项选择题

1. 设  $xe^y - y = 2$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  ( ).

A.  $\frac{e^y}{xe^y - 1}$

B.  $\frac{e^y}{1 - xe^y}$

C.  $\frac{1 - xe^y}{e^y}$

D.  $\frac{xe^y - 1}{e^y}$

2. 设  $y = (x+1)^{2x}$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  ( ).

A.  $2x(x+1)^{2x-1}$

B.  $(x+1)^{2x} \ln(x+1)$

C.  $2(x+1)^{2x}[\frac{x}{x+1} + \ln(x+1)]$

D.  $\frac{(x+1)^{2x}}{\ln 2}$

3. 设  $y = 3x^2$ , 则  $y'' =$  ( ).

A.  $3x$

B.  $6x$

C. 3

D. 6

4. 设函数  $y = e^x \sin x$ , 则  $y'' =$  ( ).

A.  $e^x (\cos^2 x - \sin^2 x)$

B.  $e^x (\cos x + \sin x)$

C.  $2e^x \cos x$

D.  $2e^x \sin x$

## 二、填空题

1. 设  $2xy^2 - x^2y + y^3 = 0$ , 则  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 曲线  $x^2 - y^2 + xy + 4 = 0$  在点  $(0, 2)$  处的切线方程为

3. 设  $f(x) = 2^{3x}$ , 则  $f''(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 设  $f(x) = xe^{x^2}$ , 则  $f''(x) =$  .

### 三、计算题

1. 求下列隐函数的导数

$$(1) \quad x^2 + xy + y^3 = 2$$

(2)  $y = \cos(x + y)$

(3)  $\ln y - xe^y = 1$

(4)  $xy - e^x + e^y = 1$

2. 用取对数求导法求下列函数的导数:

$$(1) y = x^{\cos x} \quad (2) y = \frac{\sqrt{x-2}}{(x+1)^3(4-x)^2}$$

3. 求下列函数的二阶导数:

$$(1) y = (x^2 + 2)\ln x \quad (2) y = xe^x + \lg 2x$$

## 作 业 2.4

### 一、单项选择题

- 函数  $y = 2x^2 + x - 1$  在  $x = 1, \Delta x = 0.01$  处的微分是 ( ).  
A. 0.02      B. 0.03      C. 0.05      D. 3
- 设  $y = 2^{x^2}$ , 则  $dy =$  ( ).  
A.  $2^{x^2} \ln 2$       B.  $2^{x^2} \ln 2 dx$   
C.  $2x 2^{x^2} \ln 2 dx$       D.  $\frac{2^{x^2}}{\ln 2} x dx$
- 如果函数  $f(x)$  可微, 且  $y = f(x^2)$ , 则  $dy =$  ( ).

$$A. f'(x^2) dx$$

$$B. f'(x^2) 2x dx$$

$$C. f'(x) 2x dx$$

$$D. f'(x) dx$$

$$4. \text{ 设 } y = \sin^2(2x-1), \text{ 则 } dy = \quad ( ).$$

$$A. 2\sin(2x-1)$$

$$B. 2\sin(2x-1) dx$$

$$C. 2\sin(2x-1)\cos(2x-1) dx$$

$$D. 2\sin(4x-2) dx$$

$$5. \text{ 设 } \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}, \text{ 则 } \frac{dy}{dx} = \quad ( ).$$

$$A. -\frac{a}{b} \cot t$$

$$B. \frac{a}{b} \cot t$$

$$C. -\frac{b}{a} \cot t$$

$$D. \frac{a}{b} \tan t$$

$$6. \text{ 设 } \begin{cases} x = t \ln t \\ y = t^2 \ln t \end{cases}, \text{ 则 } \frac{dy}{dx} = \quad ( ).$$

$$A. \frac{t(2\ln t + 1)}{\ln t + 1}$$

$$B. \frac{t(2\ln t + t)}{\ln t + 1}$$

$$C. \frac{t(2\ln t + 1)}{\ln t + t}$$

$$D. \frac{t(2\ln t + t)}{\ln t + t}$$

### 二、填空题

- 设  $y = x^2$ , 当  $x = \frac{1}{2}, \Delta x = 0.1$  时,  $dy =$  \_\_\_\_\_,  $\Delta y =$  \_\_\_\_\_.
- $d[\ln(2x^3 + x - 1)] =$  \_\_\_\_\_  $d(2x^3 + x - 1) =$  \_\_\_\_\_  $dx$ .
- $d(\sin 2x + \tan 3x) =$  \_\_\_\_\_.
- $d(\ln \cos x) =$  \_\_\_\_\_.
- $d \frac{e^x}{1+e^x} =$  \_\_\_\_\_.
- $d[(1+x^2)\arctan x] =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 求下列函数的微分:

(1)  $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

(2)  $y = x^2 \ln x$

(3)  $y = (x+1)\cos 3x$

(4)  $y = 2^{\sin \frac{1}{x}}$

2. 求下列参数式函数的导数:

(1)  $\begin{cases} x = t^3 + 2t \\ y = 3t - \ln t \end{cases}$

(2)  $\begin{cases} x = t \sin t \\ y = t - e^{2t} \end{cases}$

3. 求曲线  $\begin{cases} x = 1 + t + t^2 \\ y = 2^t - 4 \end{cases}$  在  $t = 0$  处的切线方程.

## 作 业 2.5

## 一、单项选择题

1. 在  $[-1, 1]$  上满足罗尔中值定理条件的函数是 ( ).

A.  $\frac{1}{x}$       B.  $|x|$       C.  $x^2 - 1$       D.  $x + 1$

2. 在  $[0, e]$  上满足拉格朗日中值定理条件的函数是 ( ).

A.  $\ln(x+1)$       B.  $\ln x$       C.  $\frac{1}{\ln x}$       D.  $\ln \ln x$

3. 下列极限不能用洛必达法则的是 ( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x-1}{x^2+3x-4}$       B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2-1}{x}$

C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-3x^2}{2x^2-x+2}$       D.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1}$

4. 能用洛必达法则求下列极限的是 ( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$       B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 + x^2}$

C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x}$       D.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^n - a^n}$

5. 下列极限不能用洛必达法则的是 ( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$       B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$

C.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$       D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{\ln x}$

## 二、填空题

1. 如果函数  $f(x) = x^2$  在  $[-1, 1]$  上满足罗尔定理条件, 则  $\xi =$  \_\_\_\_\_.

2. 函数  $f(x) = e^x$  在  $[0, 1]$  上满足拉格朗日定理条件, 则  $\xi =$  \_\_\_\_\_.

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 7x}{\sin 4x} =$  \_\_\_\_\_.

4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^{2x}} =$  \_\_\_\_\_.

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1} =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{1 - e^{2x}}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x - 1}{\sin 2x}$

6.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \ln x}{x \ln x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

9.  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1})$

10.  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{x}{x - 1} - \frac{1}{\ln x})$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1})$

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x - \frac{1}{x})$

13.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{2}{e^x - 1} - \frac{1}{x})$

14.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x})$

15.  $\lim_{x \rightarrow 0} [\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x}]$

## 作 业 2.6

### 一、单项选择题

1. 在区间 $(-1, 1)$ 内为单调函数的是 ( ).

- A.  $f(x) = x^2 - x$       B.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$   
 C.  $f(x) = x^2 - 1$       D.  $f(x) = x^3 - 1$

2. 在区间 $(0, 1)$ 内函数 $y = x^2 + x$ 为 ( ).

- A. 单调减少函数      B. 单调增加函数  
 C. 常数函数      D. 非单调函数

3. 函数 $y = x^3 + 12x + 1$ 在定义区间内是 ( ).

- A. 单调增加    B. 先增后减    C. 单调减少    D. 先减后增

4. 函数 $y = x^2 + x$ 的单调减少区间为 ( ).

- A.  $(0, -\frac{1}{2})$       B.  $(0, \frac{1}{2})$

- C.  $(-\infty, -\frac{1}{2})$       D.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$

5. 函数 $y = x^2 - 3x + 5$ 在区间 $(0, 3)$ 内是 ( ).

- A. 先增后减    B. 先减后增    C. 单调增加    D. 单调减少

### 二、填空题

1. 函数 $y = x^3 - 3x$ 的单调减少区间为\_\_\_\_\_.2. 函数 $y = x^3 + 2x^2 + x + 7$ 的单调增加区间为\_\_\_\_\_.3. 函数 $y = \ln(1 + x^2)$ 的极小值为\_\_\_\_\_.4. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x = 1$ 处取得极小值2, 则 $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.

### 三、计算题

讨论下列函数的单调性并求出极值.

1.  $y = x^3 - 3x^2 + 7$       2.  $y = x^3 - 9x^2 + 15x + 3$

3.  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 14$     4.  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

5.  $y = x - e^x$

6.  $y = x - \ln(1+x)$

7.  $y = e^x - x - 1$

8.  $y = x + \frac{1}{x}$

## 作 业 2.7

### 一、单项选择题

1. 函数  $y = x^5$  在  $[-1, 1]$  上的最大值为 ( ).

A. 5      B. 4      C. 1      D.  $\frac{1}{5}$

2. 函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  在  $[-1, 1]$  上的最小值为 ( ).

A. 3      B. -1      C. 1      D. -3

3. 设函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ , 则  $x = 1$  是  $f(x)$  在  $[-2, 2]$

上的 ( ).

- A. 极小值点, 但不是最小值点  
 B. 极小值点, 也是最小值点  
 C. 极大值点, 但不是最大值点

D. 极大值点, 也是最大值点

4. 设  $f(x_0)$  是连续函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上的最小值, 则 ( ).

- A.  $f(x_0)$  一定是函数的极小值  
 B.  $f'(x_0) = 0$   
 C.  $f(x_0)$  一定是区间端点的函数值  
 D.  $x_0$  或是极值点, 或是区间端点

5. 函数  $f(x) = \cos x - x$  在  $[0, \pi]$  上的最大值为 ( ).

A. -1      B. 2      C. 1      D. 0

### 二、填空题

1. 函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 10$  在  $[0, 2]$  上的最大值为

\_\_\_\_\_.

2. 函数  $f(x) = 1 + \sin x$  在  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  上的最大值为

\_\_\_\_\_.

3. 函数  $f(x) = x - \ln x$  在  $[e^{-1}, e]$  上的最小值为

\_\_\_\_\_.

4. 函数  $f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2}$  的最值为\_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1. 求函数  $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 4$  在  $[-1, 7]$  的最大值和最小值.



2. 窗户的形状是下部为矩形,上部为半圆形.若其周长为15m,那么矩形的宽和高各为多少时窗户的面积最大?

3. 制造体积为  $V$  的圆柱形封闭容器,底面半径和高采用何种比例时,表面积最小?

4. 欲用长 6m 的铝合金材料加工一日字形窗户,问窗户的长和宽各为多少时,窗的采光最好.

5. 以直的河岸为一边,用石条围出一矩形场地用于绿化环境,现有只能围 36m 长的石条.问能围出最大场地的面积是多少?

6. 用一块边长为 60cm 的正方形铁皮,从四角各剪掉一个面积相等的小正方形,然后将四边折起来做成一个无盖的方盒.问所剪的小正方形边长为多少时方盒的容积最大?

## 作 业 2.8

### 一、单项选择题

- 对于函数  $y = x^5$ , 下列结论正确的是 ( ).  
A.  $x = 0$  是极大值点      B.  $x = 0$  是极小值点  
C. 点  $(0, 0)$  不是曲线的拐点      D. 点  $(0, 0)$  是曲线的拐点
- 函数  $y = x^3 + 4$  在区间  $(-1, 1)$  内是 ( ).  
A. 凹曲线      B. 凸曲线  
C. 既有凹曲线, 又有凸曲线      D. 直线段
- \* 函数  $y = |\ln x|$  的拐点是 ( ).

- A.  $(1,0)$     B.  $(e,1)$     C.  $(2,\ln 2)$     D. 不存在
4. 下列曲线有水平渐近线的是 ( ).
- A.  $y = e^x$     B.  $y = x^3$     C.  $y = x^2$     D.  $y = \ln x$
5. 曲线  $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$  有 ( ).
- A. 水平渐近线  $y = 1$     B. 水平渐近线  $y = \frac{1}{2}$
- C. 铅直渐近线  $x = 1$     D. 铅直渐近线  $x = \frac{1}{2}$

## 二、填空题

1. 设曲线在区间  $(a,b)$  内是凸曲线, 则曲线必位于其每一点处的切线的\_\_\_\_\_方.
2. 曲线  $y = \ln(x+1)$  有\_\_\_\_\_渐近线为\_\_\_\_\_.
3. 函数  $y = f(x)$  的导函数在区间  $(a,b)$  内为增函数, 则其图像在  $(a,b)$  内的凹、凸性为\_\_\_\_\_.
4. 曲线  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 10$  的拐点为\_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 指出下列函数的单调区间和极值:  
(1)  $y = x^3 - 3x$     (2)  $y = xe^x$

$$(3) y = (x-1)^{\frac{5}{3}} \quad (4) y = \frac{x+1}{x^2}$$

2. 判定曲线  $f(x) = xe^{-x}$  的凹凸性, 并求出曲线的拐点.

## 作 业 2.9

### 一、判断题

1. 在曲线的拐点处, 曲率为零. ( )
2. 曲率为零的点必为曲线的拐点. ( )
3. 曲线的极值点处的曲率等于曲线在该点处的二阶导数. ( )
4. 若函数  $f(x)$  的二阶导数存在, 则曲线在驻点处的曲率最大. ( )

### 二、填空题

1. 曲线  $y = 4x - x^2$  在其顶点处的曲率为\_\_\_\_\_.
2. 曲线  $y = \sin 2x$  在  $x = \frac{\pi}{4}$  处的曲率为\_\_\_\_\_.

3. 曲线  $y = \cos x$  在  $x = \pi$  处的曲率半径为\_\_\_\_\_.

4. 曲线  $y = x \cos x$  在点  $(0, 0)$  处的曲率半径为\_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1. 求下列曲线的弧微分:

(1)  $y = 3x^2 + x$

(2)  $y = e^{2x}$

(3)  $y = \sin x + x$

2. 在区间  $(0, \pi)$  内, 求曲线  $y = \sin x$  上曲率最大的点, 并求出该点处的曲率半径.

3. 求曲线  $y = 2\ln(1 - \frac{x^2}{4})$  上曲率半径最小的点的坐标.

\* 4. 已知抛物线拱桥的方程为  $y = \frac{4h}{l^2}x^2$ , 其中  $l$  为拱桥的跨度,  $h$  为拱高. 一辆质量为  $m$  的汽车, 以速度  $v$  驶过, 求汽车通过拱桥顶点时对拱桥的压力 (提示: 沿曲线运动的物体所受到的向心力为  $F = \frac{mv^2}{\rho}$ , 其中  $m$  为物体的质量,  $v$  为物体的速度,  $\rho$  为物体运动轨迹的曲率半径).

## 第2章自测题(1)

## 一、单项选择题

1. 设  $f(x) = x^2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} =$  ( ).  
A.  $2x$       B. 2      C. 6      D. -6
2. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续是  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导的 ( ).  
A. 必要条件      B. 充分条件  
C. 充要条件      D. 无关条件
3. 曲线  $y = x^3$  在点  $x = 1$  处切线的斜率为 ( ).  
A. 1      B. 2      C. 3      D. 0
4. 曲线  $y = \frac{1}{x}$  在点  $x = 1$  处的切线方程为 ( ).  
A.  $y = -x + 2$       B.  $y = x$   
C.  $y = x + 1$       D.  $y = -x$
5. 曲线  $y = x^2$  在点  $x = -2$  处的切线方程为 ( ).  
A.  $y = -4x + 4$       B.  $y = -4x - 4$   
C.  $y = 4x + 4$       D.  $y = 4x - 4$
6. 设函数  $y = x^2 + 2^x + \log_2 x$ , 则  $y' =$  ( ).  
A.  $2x + 2^x + \frac{1}{x \ln 2}$       B.  $2x + 2^x \ln 2 + \frac{1}{x \ln 2}$   
C.  $2x + 2^x + \frac{1}{x}$       D.  $2x + 2^x \ln 2 + \frac{1}{x}$

7. 设  $y = x \ln x$ , 则  $y' =$  ( ).  
A.  $\ln x$       B.  $x$   
C.  $1 + \ln x$       D.  $\frac{1}{x}$
8. 设  $f(\frac{1}{x}) = x$ , 则  $f'(x) =$  ( ).  
A.  $\frac{1}{x^2}$       B.  $-\frac{1}{x^2}$   
C.  $\frac{1}{x}$       D.  $-\frac{1}{x}$
9. 设  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ , 则  $f'(0) =$  ( ).  
A. -2      B. 2      C. -1      D. 1
10. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  可导是函数在该点可微的 ( ).  
A. 充分条件      B. 必要条件  
C. 充要条件      D. 无关系
11. 设  $y = \frac{\ln x}{x}$ , 则  $dy =$  ( ).  
A.  $\frac{1 - \ln x}{x^2}$       B.  $\frac{1 - \ln x}{x^2} dx$   
C.  $\frac{\ln x - 1}{x^2}$       D.  $\frac{\ln x - 1}{x^2} dx$
12. 设  $y = 3^{x^2}$ , 则  $dy =$  ( ).  
A.  $3^{x^2} \ln 3$       B.  $3^{x^2} \ln 3 dx$   
C.  $x 3^{x^2} \ln 3 dx$       D.  $2x 3^{x^2} \ln 3 dx$
13. 设  $y = \sin x^2$ , 则  $dy =$  ( ).  
A.  $-2x \sin x^2 dx$       B.  $-2x \cos x^2 dx$

C.  $2x\sin x^2 dx$

D.  $2x\cos x^2 dx$

14. 设  $y = \sin^2(2x - 1)$ , 则  $dy =$  ( ).

A.  $2\sin(2x - 1)$

B.  $2\sin(2x - 1)dx$

C.  $2\sin(2x - 1)\cos(2x - 1)dx$

D.  $2\sin(4x - 2)dx$

15. 设  $f(x) = e^{\cos x}$ , 则  $f''(0) =$  ( ).

A.  $-e$

B.  $e$

C.  $-1$

D.  $1$

## 二、填空题

1. 设函数  $f(x)$  在点  $x_0$  可导, 且  $f'(x_0) = 1$ . 则

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 3\Delta x_0) - f(x_0)}{\Delta x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 曲线  $y = xe^x$  在点  $x = 1$  的切线斜率为                     .

3. 设函数  $f(x) = \sin e^{-x}$ , 则  $f'(x) =$                      .

4. 设  $y = 3^{\sin x}$ , 则  $y' =$                      .

5.  $d(\sqrt{1 + e^x}) =$                      .

6.  $d(2x^3 + x - 1) =$                      .

7. 设  $y = \ln(1 - x^2)$ , 则  $dy =$                      .

8. 设  $f(u)$  可微, 且  $y = f(x^2)$ , 则  $dy =$                      .

9. 设  $y = xe^x$ , 则  $y'' =$                      .

10. 设  $xe^y - y = 2$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$                      .

## 三、计算题

1. 设  $y = x^2 \sin \frac{1}{x}$ , 求  $y'$ ,  $dy$ .

2. 设  $y = \sin^3(2x + 1)$ , 求  $y'$ .

3. 设  $y = 2^{\sin^2 x}$ , 求  $y'$ .

4. 设  $y = e^{-x^2+2x-1}$ , 求  $y'$ .

5. 设  $y = \ln \tan \frac{x}{2}$ , 求  $y', y' \big|_{x=\frac{\pi}{2}}$ .

6. 设  $y^2 + x^2 - xy = x$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

7. 设  $e^{x+y} - xy = 1$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

8. 设  $xy - e^x + e^y = 1$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

9. 设  $\ln y - xe^y = 1$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

10. 设  $e^y - e^{-x} + xy = 0$ , 求  $dy$ .

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第2章自测题(2)

## 一、单项选择题

1. 下列函数在给定区间上满足罗尔定理的有 ( ).

A.  $y = x^2 - 5x + 6$   $[2, 3]$

B.  $y = xe^{-x}$   $[0, 1]$

C.  $y = |x|$   $[-1, 1]$

D.  $y = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$   $[0, 2]$

2. 函数  $f(x) = \frac{1}{x}$  满足拉格朗日定理条件的区间是 ( ).

A.  $[-2, 2]$  B.  $[1, 2]$  C.  $[-2, 0]$  D.  $[0, 1]$

3. 不能用洛必达法则求下列极限的是 ( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x-1}{x^2+3x-4}$

B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2-1}{x}$

C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-3x^2}{2x^2-x+2}$

D.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-1)}{x-1}$

4. 能用洛必达法则求下列极限的是 ( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$

B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 + x^2}$

C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x}$

D.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^n - a^n}$

5. 函数  $y = x^3 + 12x + 1$  在定义区间内是 ( ).

A. 单调增加 B. 先增后减

C. 单调减少 D. 先减后增

6. 函数  $f(x) = 3x^4 + 4x^3$  的单调增加区间为 ( ).

A.  $(-\infty, -1)$  B.  $(-1, +\infty)$

C.  $(0, +\infty)$  D.  $(-\infty, 0)$

7. 函数  $f(x) = 2x^2 - \ln x$  的单调增加区间为 ( ).

A.  $(0, \frac{1}{2})$

B.  $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

C.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$

D.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (0, \frac{1}{2})$

8. 函数  $y = x^2 + x$  的单调减少区间为 ( ).

A.  $(0, -\frac{1}{2})$  B.  $(0, \frac{1}{2})$

C.  $(-\infty, -\frac{1}{2})$  D.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$

9. 函数  $y = x^2 - 3x + 5$  在区间  $(0, 3)$  内是 ( ).

A. 先增后减 B. 先减后增



C. 单调增加

D. 单调减少

10. 函数  $y = 3x^2 - x^3$  ( ).

A. 有极大值 0 和极小值 4

B. 有极大值 4 和极小值 1

C. 有极小值 0 和极大值 4

D. 有极小值 0 和极大值 1

11. 函数  $f(x) = x^3 - 12x$  在闭区间  $[-3, 3]$  上的最大值点为 ( ).A.  $x = -2$ B.  $x = 3$ C.  $x = 2$ D.  $x = -3$ 

## 二、填空题

1. 已知函数  $f(x) = x\sqrt{3-x}$  在区间  $[0, 3]$  上满足罗尔定理的条件, 则罗尔定理结论中的  $\xi =$  \_\_\_\_\_.2. 已知函数  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$  在区间  $[1, 2]$  上满足拉格朗日定理的条件, 则拉格朗日定理结论中的  $\xi =$  \_\_\_\_\_.3. 函数  $y = x^3 - 3x$  的单调减少区间为 \_\_\_\_\_.4. 函数  $y = x^3 + 2x^2 + x + 7$  的单调增加区间为 \_\_\_\_\_.5. 函数  $y = x + \frac{1}{x}$  的单调增加区间为 \_\_\_\_\_.6. 函数  $y = \ln(1 + x^2)$  的极小值为 \_\_\_\_\_.7. 函数  $y = x^3 - 3x + 3$  在区间  $[-3, \frac{3}{2}]$  上的最小值为 \_\_\_\_\_.8. 函数  $y = x^2 + 2\sqrt{x}$  在区间  $[0, 4]$  上的最大值为 \_\_\_\_\_.9. 曲线  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 10$  的拐点为 \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 求下列极限.

(1)  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x})$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1})$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$$

2. 求下列函数的单调区间及极值.

$$(1) y = x^3 - 3x^2 + 7$$

$$(2) y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$$

$$(3) y = x - \ln(1 + x)$$

$$(4) y = x - e^x$$

3. 求曲线  $y = -xe^{-x}$  的凹凸区间和拐点.

#### 四、应用题

1. 以直的河岸为一边,用石条围出一矩形场地用于绿化环境,现有只能围 100 m 长的石条,问能围出最大场地的面积是多少?

2. 用一块边长为 90 cm 的正方形铁皮,从四角各剪掉一个面积相等的小正方形,然后将四边折起来做成一个无盖的方盒,问所剪的小正方形边长为多少时方盒的容积最大?

3. 欲围一个面积为  $150\text{m}^2$  的矩形场地,所用材料的造价:正面是每米 6 元,其余三面是每米 3 元,问场地的长、宽各为多少时,才能使所用材料最省?

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第3章 一元函数积分学

## 作业 3.1

## 单项选择题

- 定积分  $\int_a^b f(x)dx$  是 ( ).  
A. 正数 B. 负数 C. 任意常数 D. 确定常数
- 设  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上可积, 则  $\int_a^b f(x)dx - \int_b^a f(x)dx$  的值必定等于 ( ).  
A. 0 B.  $-2\int_a^b f(x)dx$   
C.  $2\int_a^b f(x)dx$  D.  $2\int_b^a f(x)dx$
- 函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上连续是  $\int_a^b f(x)dx$  存在的 ( ).  
A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 无关条件
- 由抛物线  $y = x^2$  和直线  $x = 1, x = 2, x$  轴围成的曲边梯形面积用定积分表示为 ( ).  
A.  $\int_1^2 x^2 dx$  B.  $\int_1^2 x dx$  C.  $\int_0^1 x^2 dx$  D.  $\int_0^2 x^2 dx$
- 利用定积分的几何意义, 计算  $\int_0^{2\pi} \cos x dx =$  ( ).  
A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

## 作业 3.2

## 一、单项选择题

- 设  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0; \\ x, & x < 0, \end{cases}$  则  $\int_{-1}^1 f(x)dx =$  ( ).  
A.  $2\int_{-1}^0 x dx$  B.  $2\int_0^1 x^2 dx$   
C.  $\int_{-1}^0 x dx + \int_0^1 x^2 dx$  D.  $\int_{-1}^0 x^2 dx + \int_0^1 x dx$
- $\int_a^b dx =$  ( ).  
A. 0 B. 1 C.  $b - a$  D.  $a - b$
- 设在闭区间  $[a, b]$  上恒有  $f(x) = 1$ , 则  $\int_a^b f(x)dx =$  ( ).  
A.  $b - a$  B.  $\frac{b-a}{2}$  C.  $a - b$  D.  $\frac{a-b}{2}$
- $\int_{-2}^4 |x| dx =$  ( ).  
A.  $\int_{-2}^0 x dx + \int_0^4 x dx$  B.  $\int_{-2}^0 x dx + \int_0^4 (-x) dx$   
C.  $\int_{-2}^0 (-x) dx + \int_0^4 (-x) dx$  D.  $\int_{-2}^0 (-x) dx + \int_0^4 x dx$
- 设  $\Phi(x) = \int_0^x \sin t^2 dt$ , 则  $\Phi'(x) =$  ( ).  
A.  $\sin x^2$  B.  $\sin x$  C.  $\sin^2 x$  D.  $\cos x^2$

6. 设  $f(x) = 5^x, g(x) = \frac{5^x}{\ln 5}$ , 则 ( ).

- A.  $g(x)$  为  $f(x)$  的一阶导数 B.  $f(x)$  为  $g(x)$  的原函数  
C.  $g(x)$  为  $f(x)$  的二阶导数 D.  $g(x)$  为  $f(x)$  的原函数

7.  $\cos \frac{\pi}{2}x$  的一个原函数是 ( ).

- A.  $\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{2}x$  B.  $\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2}x$   
C.  $-\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{2}x$  D.  $-\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2}x$

8.  $\int_1^4 e^x dx =$  ( ).

- A. 3 B.  $e^3$  C.  $e^4 - e$  D.  $3e$

9.  $\int_1^2 x^3 dx =$  ( ).

- A.  $\frac{15}{4}$  B. 7 C.  $\frac{7}{3}$  D. 1

10.  $\int_1^e \frac{1}{x} dx =$  ( ).

- A.  $e - 1$  B.  $e$  C. 1 D. 0

## 二、填空题

1. 设  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上连续, 则  $\Phi(x) = \int_a^x f(t) dt$  是 \_\_\_\_\_ 的一个原函数.

2.  $\frac{d}{dx} \int_0^x e^{-t^2} dt =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $\Phi(x) = \int_0^x t^2 \sin^5 t dt$ , 则  $\Phi'(x) =$  \_\_\_\_\_.

$\Phi'(\frac{\pi}{2}) =$  \_\_\_\_\_.

4. 计算  $\int_0^1 10^x dx =$  \_\_\_\_\_.

5. 由曲线  $y = e^x$  和直线  $x = 1, x$  轴、 $y$  轴围成图形的面积为 \_\_\_\_\_.

## 作 业 3.3

### 一、单项选择题

1. 如果函数  $f(x)$  有原函数, 则原函数有 ( ).

- A. 一个 B. 两个  
C. 无穷多个 D. 有限 ( $\geq 3$ ) 个

2. 设  $C$  是任意常数, 且  $F'(x) = f(x)$ , 下列等式成立的是 ( ).

- A.  $\int F'(x) dx = f(x) + C$  B.  $\int f(x) dx = F(x) + C$   
C.  $\int F(x) dx = F'(x) + C$  D.  $\int f(x) dx = F'(x) + C$

3.  $\int 3^x dx =$  ( ).

- A.  $3^x \ln 3 + C$  B.  $3^x + C$   
C.  $\frac{3^x}{\ln 3} + C$  D.  $3^x + \ln 3 + C$

4.  $\int \sqrt[3]{x^2} dx =$  ( ).

- A.  $x^{\frac{5}{3}} + C$  B.  $-3x^{-\frac{1}{3}} + C$

C.  $\frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + C$

D.  $\frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}} + C$

5.  $\int \sin x dx =$  ( ).

A.  $\sin x + C$

B.  $-\sin x + C$

C.  $\cos x + C$

D.  $-\cos x + C$

6.  $\int (\cos x + \pi) dx =$  ( ).

A.  $\sin x + \pi x + C$

B.  $\sin x + \pi$

C.  $-\sin x + \pi$

D.  $-\sin x + \pi x + C$

7.  $\int (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx =$  ( ).

A.  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + C$

B.  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \sqrt{x} + C$

C.  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} + C$

D.  $\frac{1}{3}x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + C$

8. 设函数  $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ , 则  $f(x)$  的原函数是 ( ).

A.  $x^3 + x + 2$

B.  $x^3 + x^2 + x$

C.  $x^3 - x^2 - x$

D.  $-x^3 + x^2 + x$

9. 下列等式中不正确的是 ( ).

A.  $[\int f(x) dx]' = f(x)$

B.  $d\int f(x) dx = f(x) dx$

C.  $\int f'(x) dx = f(x) + C$

D.  $\int dF(x) = f(x)$

10.  $\int d\sin(1 - 2x) =$  ( ).

A.  $\sin(1 - 2x)$

B.  $-2\cos(1 - 2x)$

C.  $\sin(1 - 2x) + C$

D.  $-2\cos(1 - 2x) + C$

## 二、填空题

1. 求不定积分  $\int (2^x + x^2) dx =$  \_\_\_\_\_.

2. 求不定积分  $\int (3x - \cos x) dx =$  \_\_\_\_\_.

3. 求  $d[\int (1 - x) dx] =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 求不定积分  $\int (3x^3 - 4\cos x + 2 \cdot 5^x) dx$ .

2. 求不定积分  $\int (x - 2^x + \frac{1}{x}) dx$ .

3. 求不定积分  $\int (2\sin x - \cos x) dx$ .

4. 设  $\int f(x) dx = 2^x + x + C$ , 求  $f(x)$ .

5. 一曲线过点  $(1, 0)$ , 且在其上任意点  $x$  处的切线斜率为  $3x^2$ , 求此曲线方程.

## 作 业 3.4

### 一、单项选择题

1.  $\int (2 - x^2)^2 dx =$  ( ).

A.  $\frac{1}{3}(2 - x^2)^3 + C$       B.  $4x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + C$

C.  $\frac{2}{3}(2 - x^2)^3 + C$       D.  $4x - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{5}x^5 + C$

2.  $\int \cot^2 x dx =$  ( ).

A.  $\tan x + x + C$       B.  $-\cot x - x + C$

C.  $\sec^2 x + C$       D.  $-\csc^2 x + C$

3.  $\int \frac{1 + \cos^2 x}{\cos^2 x} dx =$  ( ).

A.  $\tan x + x + C$       B.  $-\tan x + x + C$

C.  $\cot x + x + C$       D.  $-\cot x + x + C$

4. 设  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$  ( ).

A.  $F(e^x) + C$       B.  $-F(e^x) + C$

C.  $F(e^{-x}) + C$       D.  $-F(e^{-x}) + C$

5.  $\int (2x + 1)^{20} dx =$  ( ).

A.  $\frac{1}{42}(2x + 1)^{21} + C$       B.  $\frac{1}{42}(2x + 1)^{21}$

C.  $\frac{1}{21}(2x + 1)^{21} + C$       D.  $42(2x + 1)^{21} + C$

$$6. \int \frac{1}{1-x} dx = \quad (\quad).$$

$$A. \ln|1-x|+C$$

$$C. \ln|x-1|+C$$

$$7. \int \sin x e^{\cos x} dx = \quad (\quad).$$

$$A. -e^{\cos x} + C$$

$$C. e^{-\cos x} + C$$

$$8. \int \sin \frac{x}{2} dx = \quad (\quad).$$

$$A. \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$$

$$C. 2 \cos \frac{x}{2} + C$$

$$9. \int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx = \quad (\quad).$$

$$A. \cos \frac{1}{x} + C$$

$$C. \sin \frac{1}{x^2} + C$$

$$10. \int x d \cos x = \quad (\quad).$$

$$A. \frac{x^2}{2} \cos x + C$$

$$C. x \cos x - \sin x + C$$

$$11. \int \ln x dx = \quad (\quad).$$

$$A. \frac{1}{x} + C$$

$$B. -\ln|1-x|+C$$

$$D. -\ln|1-x|$$

$$B. e^{\cos x} + C$$

$$D. -e^{-\cos x} + C$$

$$B. -\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$$

$$D. -2 \cos \frac{x}{2} + C$$

$$B. -\cos \frac{1}{x} + C$$

$$D. -\sin \frac{1}{x^2} + C$$

$$B. x \cos x + \sin x + C$$

$$D. x \sin x + \cos x + C$$

$$B. x \ln x - x + C$$

$$C. x \ln x + x + C$$

$$D. x \ln x + C$$

$$12. \int x d e^{-x} = \quad (\quad).$$

$$A. x e^{-x} + C$$

$$B. -x e^{-x} + C$$

$$C. x e^{-x} + e^{-x} + C$$

$$D. x e^{-x} - e^{-x} + C$$

## 二、填空题

$$1. \text{求不定积分} \int \sqrt{x} \sqrt{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$2. \text{求不定积分} \int \frac{x\sqrt{x}-1}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$3. \text{求不定积分} \int 5^x e^x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$4. \text{求不定积分} \int \frac{1}{(x-3)^5} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$5. \text{求不定积分} \int \frac{1}{1-2x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$6. \text{求不定积分} \int \frac{1}{\sqrt{1+x}} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$7. \text{求不定积分} \int e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$8. \text{求不定积分} \int \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$9. \text{求不定积分} \int \cos(3x+2) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$10. \text{求不定积分} \int e^x \sin e^x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$11. \text{求不定积分} \int \frac{1}{16+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$



12. 求不定积分  $\int \ln x d\left(\frac{1}{x}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 求不定积分  $\int x e^x dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、计算题

1. 用直接积分法求下列不定积分:

(1)  $\int (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)dx$       (2)  $\int \frac{3-\sqrt{x}+x\cos x}{x}dx$

(3)  $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)}dx$

(4)  $\int \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}dx$

(5)  $\int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$

(6)  $\int e^x (2 + e^{-x}) dx$

2. 用第一换元法求下列不定积分:

(1)  $\int (2-x)^{\frac{5}{2}} dx$

(2)  $\int \frac{x}{1-x^2} dx$

(3)  $\int \frac{1}{3+2x} dx$

(4)  $\int \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx$

$$(5) \int x^3 e^{x^4} dx$$

$$(6) \int \frac{1}{x} \sin \ln x dx$$

$$(3) \int \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$$

$$(4) \int \frac{x}{\sqrt{x-3}} dx$$

$$(7) \int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$(8) \int e^x \sqrt{3 + 2e^x} dx$$

$$(5) \int \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx$$

$$(6) \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} dx$$

3. 用第二换元法求下列不定积分:

$$(1) \int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$$

$$(2) \int \frac{dx}{\sqrt{2x-3} + 1}$$

4. 用分部积分法求下列不定积分:

$$(1) \int x^2 \ln x dx$$

$$(2) \int x \cos x dx$$

(3)  $\int x e^{-x} dx$

(4)  $\int \arctan x dx$

(5)  $\int x \sin 2x dx$

(6)  $\int x \ln(1+x^2) dx$

## 作 业 3.5

### 一、单项选择题

1.  $\int_{-2}^{-1} (\frac{1}{x} + 2x) dx =$  ( ).

A.  $3 - \ln 2$     B.  $3 + \ln 2$     C.  $-3 - \ln 2$     D.  $-3 + \ln 2$

2. 如果  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0; \\ x, & x \geq 0, \end{cases}$  那么  $\int_{-1}^2 f(x) dx =$  ( ).

A.  $3 - e^{-1}$     B.  $3 + e^{-1}$     C.  $3 - e$     D.  $3 + e$

3.  $\int_0^1 e^{2x} dx =$  ( ).

A.  $e^2$     B.  $\frac{e}{2}$     C.  $\frac{e^2 + 1}{2}$     D.  $\frac{e^2 - 1}{2}$

4.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx =$  ( ).

A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $-\frac{1}{4}$     D.  $-\frac{1}{2}$

5.  $\int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx =$  ( ).

A.  $\sqrt{2}$     B.  $2\sqrt{2}$     C.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$     D.  $\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$

6. 下列积分值化为零的是 ( ).

A.  $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$     B.  $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$

C.  $\int_{-1}^1 \cos x e^{x^2} dx$     D.  $\int_{-1}^1 (x^2 + x^3) dx$

### 二、填空题

1. 求  $\int_0^4 (3x - 1) dx =$  \_\_\_\_\_.

2. 求  $\int_0^4 (2 - \sqrt{x})^2 dx =$  \_\_\_\_\_.

3. 求  $\int_1^{e^3} \frac{1}{x \sqrt{1 + \ln x}} dx =$  \_\_\_\_\_.

4. 求  $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

5. 求  $\int_{-1}^1 \frac{\sin x \cos x}{1+x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$

2.  $\int_1^2 \frac{1}{x(1+x)} dx$

3.  $\int_1^3 |x-2| dx$

4.  $\int_0^1 \frac{1}{x^2+6x+9} dx$

5.  $\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2} dx$

6.  $\int_0^{\pi} \cos x e^{4 \sin x} dx$

7.  $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$

8.  $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$

9.  $\int_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$

10.  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$

11.  $\int_0^2 x e^x dx$

12.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$

13.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$

14.  $\int_1^e x^2 \ln x dx$

15.  $\int_0^1 \arctan x dx$

## 作业 3.6

## 一、单项选择题

1. 下列广义积分收敛的是 ( ).

B.  $\int_1^{+\infty} x^2 dx$

D.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$

2. 下列广义积分收敛的是 ( ).

$$\text{B. } \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

D.  $\int_1^{+\infty} e^x dx$

3. 下列广义积分收敛的是 ( ).

B.  $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

D.  $\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx$

## 二、填空题

1. 广义积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 广义积分  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、计算题

1. 判断广义积分  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{4+x^2} dx$  的敛散性.

2. 判断广义积分  $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$  的敛散性.

## 作业 3.7

## 一、单项选择题

1. 由抛物线  $y = x^2$  和直线  $y = x$  所围的平面图形的面积, 用定积分表示为 ( ).

B.  $\int_0^1 x^2 \, dx$

D.  $\int_0^1 (x^2 - x) dx$

2. 由曲线  $y = x^2$ , 直线  $y = 1$  所围的平面图形的面积, 用定积分表示不正确的是 ( ).

A.  $\int_0^1 (1 - x^2) dx$       B.  $2 \int_0^1 (1 - x^2) dx$

C.  $2 \int_{-1}^0 (1 - x^2) dx$       D.  $\int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$

3. 由曲线  $y = e^x$  和直线  $x = 0, x = 2, x$  轴所围平面图形绕  $x$  轴旋转一周而成的旋转体的体积, 用定积分表示为 ( ).

A.  $\int_0^1 e^x dx$       B.  $\pi \int_0^1 e^x dx$

C.  $\int_0^1 e^{2x} dx$       D.  $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$

4. 设曲线  $y = f(x)$  具有一阶连续导数, 则对应于  $x$  从  $a$  到  $b$  的一段弧长等于 ( ).

A.  $\int_a^b \sqrt{1 + f^2(x)} dx$       B.  $\int_a^b \sqrt{1 - f^2(x)} dx$

C.  $\int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$       D.  $\int_0^1 \sqrt{1 - [f'(x)]^2} dx$

5. 拉弹簧所需的力  $F$  与弹簧伸长量  $x$  成正比, 即  $F = kx$ . 设弹簧由原长 9cm 伸长 6cm, 求力所做的功用定积分  $\int_a^b kx dx$  表示时, 积分区间  $[a, b]$  为 ( ).

A.  $[9, 15]$       B.  $[0, 6]$       C.  $[-6, 0]$       D.  $[-3, 3]$

## 二、填空题

1. 由曲线  $y = x^3$  和直线  $y = 1, y$  轴所围平面图形的面积为

2. 由曲线  $y = \ln x$  和直线  $x = e, x$  轴所围平面图形绕  $x$  轴

旋转一周而成的旋转体的体积, 用定积分表示为 \_\_\_\_\_.

## 三、应用题

1. 求由曲线  $y = x^2$  和  $y = \sqrt{x}$  所围平面图形的面积.

2. 求由曲线  $y = e^x, y = e^{-x}$  和直线  $x = 1$  所围图形的面积.

3. 求由曲线  $y = \frac{1}{x}$  和直线  $y = x$  及  $x = 2$  所围平面图形的面积.

4. 求由曲线  $y = x^2$  和  $x = y^2$  所围平面图形绕  $x$  轴旋转一周而成的旋转体的体积.

5. 求由曲线  $y = \sqrt{x}$  和直线  $y = x$  所围图形绕  $x$  轴旋转一周而成的旋转体的体积.

6. 求由曲线  $y = x^2 (x \geq 0)$  和直线  $y = 4$  及  $y$  轴所围图形绕  $y$  轴旋转一周而成的旋转体的体积.

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第3章自测题(1)

## 一、单项选择题

1. 设  $C$  是任意常数, 且  $F'(x) = f(x)$ , 下列等式成立的是 ( ).

- A.  $\int F'(x) dx = f(x) + C$     B.  $\int f(x) dx = F(x) + C$   
 C.  $\int F(x) dx = F'(x) + C$     D.  $\int f(x) dx = F'(x) + C$

2. 若  $f(x)$  的一个原函数是  $\cos x$ , 则  $\int f(x) dx =$  ( ).

- A.  $\sin x + C$     B.  $\cos x + C$   
 C.  $-\sin x + C$     D.  $-\cos x + C$

3. 若  $\int f(x) e^{\frac{1}{x}} dx = -e^{\frac{1}{x}} + C$ , 则  $f(x) =$  ( ).

- A.  $\frac{1}{x}$     B.  $-\frac{1}{x^2}$     C.  $-\frac{1}{x}$     D.  $\frac{1}{x^2}$

4. 若  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$  ( ).

- A.  $F(e^x) + C$     B.  $F(e^{-x}) + C$   
 C.  $-F(e^x) + C$     D.  $-F(e^{-x}) + C$

5. 下列等式中正确的是 ( ).

- A.  $[\int f(x) dx]' = f(x) + C$     B.  $d\int f(x) dx = f(x) dx$   
 C.  $\int f'(x) dx = f(x)$     D.  $\int df(x) = f(x)$

6. 若  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ , 则  $\int f'(x) dx =$  ( ).

- A.  $\frac{\sin x}{x}$     B.  $\frac{\sin x}{x} + C$   
 C.  $\frac{\sin x - x \cos x}{x^2}$     D.  $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$

7.  $\int d \sin(2x) =$  ( ).

- A.  $x + C$     B.  $2 \cos 2x + C$     C.  $\sin 2x$     D.  $\sin 2x + C$

8. 若  $\int f(x) dx = x^2 + e^x + C$ , 则  $f(x) =$  ( ).

- A.  $2x + e^x$     B.  $x^2 + e^x$   
 C.  $2x + e^x + C$     D.  $x^2 + e^x + C$

9.  $\int 3^x dx =$  ( ).

- A.  $3^x \ln 3 + C$     B.  $x 3^{x-1} + C$   
 C.  $\frac{3^x}{\ln 3} + C$     D.  $3^x + C$

10.  $\int x \sqrt{x} dx =$  ( ).

- A.  $\frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + C$     B.  $\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C$   
 C.  $-2x^{\frac{1}{3}} + C$     D.  $\frac{5}{2} x^{\frac{5}{2}} + C$

11.  $\int \cos 2x dx =$  ( ).

- A.  $\frac{1}{2} \sin 2x + C$     B.  $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$   
 C.  $2 \sin 2x + C$     D.  $-2 \sin 2x + C$



12.  $\int \frac{1}{1-x} dx =$  ( ).

- A.  $\ln|1-x|+C$  B.  $\ln(1-x)+C$   
C.  $-\ln|1-x|+C$  D.  $-\ln(1-x)+C$

13.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x}} =$  ( ).

- A.  $2\sqrt{1-2x}+C$  B.  $\ln\sqrt{1-2x}+C$   
C.  $-\sqrt{1-2x}+C$  D.  $-\frac{1}{2}\ln\sqrt{1-2x}+C$

14.  $\int \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx =$  ( ).

- A.  $e^{\frac{1}{x}}+C$  B.  $e^{-\frac{1}{x}}+C$  C.  $-e^{-\frac{1}{x}}+C$  D.  $-e^{\frac{1}{x}}+C$

15.  $\int x d\cos x =$  ( ).

- A.  $\frac{x^2}{2}\cos x+C$  B.  $x\cos x+\sin x+C$   
C.  $x\cos x-\sin x+C$  D.  $x\sin x+\cos x+C$

## 二、填空题

1. 若  $f(x)$  的一个原函数是  $\frac{1}{x}$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_.

2. 若  $\int f(x) dx = x^2 e^{2x} + C$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

3. 若  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , 则  $\int \sin x f(\cos x) dx =$  \_\_\_\_\_.

4.  $(\int \sin 2x dx)' =$  \_\_\_\_\_.

5.  $\int de^{3x-1} =$  \_\_\_\_\_.

6. 求不定积分  $\int (2^x + x^2) dx =$  \_\_\_\_\_.

7. 求不定积分  $\int (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx =$  \_\_\_\_\_.

8. 求不定积分  $\int \frac{x^2+1}{x} dx =$  \_\_\_\_\_.

9. 求不定积分  $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx =$  \_\_\_\_\_.

10. 求不定积分  $\int x de^{-x} =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 求不定积分  $\int (\frac{1}{3+2x} + e^x \sin e^x) dx$ .

2. 求不定积分  $\int \frac{x}{\sqrt{1+3x^2}} dx$ .

3. 求不定积分  $\int e^x \sqrt{3+2e^x} dx$ .

4. 求不定积分  $\int \frac{x}{1-x^2} dx$ .

5. 求不定积分  $\int \frac{1}{1+e^x} dx$ .

6. 求不定积分  $\int x^2 \ln x dx$ .

7. 求不定积分  $\int x \sin x dx$ .

8. 求不定积分  $\int x \cos x dx$ .

9. 求不定积分  $\int \frac{1}{x^2} \ln x dx$ .

10. 求不定积分  $\int x e^{-2x} dx$ .

11. 求不定积分  $\int \frac{x}{\sqrt{x}-2} dx$ .

12. 求不定积分  $\int \frac{1}{1+\sqrt{x-3}} dx$ .

## 第3章自测题(2)

## 一、单项选择题

- 定积分  $\int_a^b f(x)dx$  是 ( ).  
A. 正数 B. 负数 C. 任意常数 D. 确定常数
- 设  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上可积, 则  $\int_a^b f(x)dx - \int_b^a f(x)dx$  的值必定等于 ( ).  
A. 0 B.  $-2\int_a^b f(x)dx$   
C.  $2\int_a^b f(x)dx$  D.  $2\int_b^a f(x)dx$
- 设  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0; \\ x, & x \geq 0, \end{cases}$  则  $\int_{-1}^2 f(x)dx =$  ( ).  
A.  $3 - e^{-1}$  B.  $3 + e^{-1}$   
C.  $3 - e$  D.  $3 + e$
- $\int_{-2}^4 |x|dx =$  ( ).  
A.  $\int_{-2}^0 xdx + \int_0^4 xdx$  B.  $\int_{-2}^0 xdx + \int_0^4 (-x)dx$   
C.  $\int_{-2}^0 (-x)dx + \int_0^4 xdx$  D.  $\int_{-2}^0 (-x)dx + \int_0^4 (-x)dx$
- 设  $\Phi(x) = \int_0^x \sin t^2 dt$ , 则  $\Phi'(x) =$  ( ).  
A.  $\sin x^2$  B.  $\sin x$  C.  $\sin^2 x$  D.  $\cos x^2$

6. 设  $\Phi(x) = \int_x^1 \frac{1}{(1+t)^2} dt$ , 则  $\Phi'(x) =$  ( ).

- A.  $\frac{1}{(1+x)^2}$  B.  $-\frac{1}{(1+x)^2}$   
C.  $-\frac{1}{1+x}$  D.  $\frac{1}{1+x}$
7. 下列积分值为零的是 ( ).  
A.  $\int_{-1}^1 x \sin x dx$  B.  $\int_{-1}^1 (x^2 + \cos x) dx$   
C.  $\int_{-1}^1 x^2 \sin x dx$  D.  $\int_{-1}^1 x^2 \cos x dx$
8. 下列积分值为零的是 ( ).  
A.  $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$  B.  $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$   
C.  $\int_{-1}^1 \cos x e^{x^2} dx$  D.  $\int_{-1}^1 (x^2 + x^3) dx$
9. 设  $\int_0^a x^2 dx = 9$ , 则  $a =$  ( ).  
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
10.  $\int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx =$  ( ).  
A.  $\sqrt{2}$  B.  $2\sqrt{2}$   
C.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$  D.  $\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$
11. 广义积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$  ( ).  
A. 0 B.  $+\infty$  C.  $-\infty$  D.  $\infty$
12. 下列广义积分发散的是 ( ).

A.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

B.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

C.  $\int_1^{+\infty} \cos x dx$

D.  $\int_1^{+\infty} e^{-x} dx$

13. 由抛物线  $y = x^2$  和直线  $x = 1, x = 2, x$  轴围成的曲边梯形面积用定积分表示为 ( ).

A.  $\int_1^2 x dx$

B.  $\int_0^1 x^2 dx$

C.  $\int_1^2 x^2 dx$

D.  $\int_0^2 x^2 dx$

14. 由抛物线  $y = \sqrt{x}$  与直线  $y = x$  所围的平面图形的面积  $S$  等于 ( ).

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{6}$

C. 2

D. 3

15. 由曲线  $y = x^2$ , 直线  $y = 1$  所围的平面图形的面积, 用定积分表示正确的是 ( ).

A.  $\int_0^1 (1 - x^2) dx$

B.  $2 \int_0^1 (1 - x^2) dx$

C.  $2 \int_{-1}^0 (1 - x^2) dx$

D.  $\int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$

## 二、填空题

1. 若  $\int f(x) dx = \ln|x| + C$ , 则  $\int_1^2 f(x) dx =$  \_\_\_\_\_.

2.  $\frac{d}{dx} \int_a^b x e^{x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $\Phi(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ , 则  $\Phi'(x) =$  \_\_\_\_\_.

4.  $\int_{-1}^1 \frac{\sin x \cos x}{1+x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

5.  $\int_{-1}^1 x^4 \sin x dx =$  \_\_\_\_\_.

6.  $\int_0^1 (2 - \sqrt{x})^2 dx =$  \_\_\_\_\_.

7. 广义积分  $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

8.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

9. 由曲线  $y = x^3$  与直线  $y = 1, y$  轴所围的平面图形面积为 \_\_\_\_\_.

10. 由曲线  $y = x^2$  与  $y^2 = x$  所围的平面图形的面积为 \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 计算  $\int_0^4 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$ .

2. 计算  $\int_1^9 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$ .

3. 计算  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$ .

4. 计算  $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}} dx$ .

5. 计算  $\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{2x+1}} dx$ .

6. 计算  $\int_1^2 \ln x dx$ .

7. 计算  $\int_1^e x \ln x dx$ .

8. 计算  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ .

9. 计算  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx$ .

10. 计算  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ .





3. 向量  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  的模和方向余弦分别为 ( ).

A.  $3; \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $\sqrt{3}; \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$

C.  $\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\sqrt{3}; \sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1$

4. 已知  $\vec{a} = \{5, 8, 0\}, \vec{b} = \{6, -3, 2\}$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  ( ).

A. 30      B. 26

C. 14      D. 6

5. 已知  $\vec{a} = \{3, 0, -1\}, \vec{b} = \{0, 1, -1\}$ , 则  $\vec{a} \times \vec{b} =$  ( ).

A.  $\{-1, 1, 2\}$       B.  $\{1, 3, 3\}$

C.  $\{0, 4, 2\}$       D.  $\{2, -1, -3\}$

## 二、计算题

1. 已知两点  $A(4, 0, 5)$  和  $B(7, 1, 3)$ ,

求(1)  $\overrightarrow{AB}$  的模, (2) 和  $\overrightarrow{AB}$  方向相同的单位向量.

2. 已知向量  $\vec{a} = \{-1, 1, -\sqrt{2}\}$ ,

求(1)  $\vec{a}$  的模, (2)  $\vec{a}$  的方向余弦和方向角.

3. 设  $\vec{a} = \{5, 8, 0\}, \vec{b} = \{6, -3, 2\}$ , 求

(1)  $4\vec{a} + 3\vec{b}$ , (2)  $4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ , (3)  $3\vec{a} \cdot 5\vec{b}$ ,

(4)  $2\vec{a} \times \vec{b}$ .

4. 下列各组向量中,哪组的两个向量有平行、垂直关系?若既不平行又不垂直,求其夹角的余弦.

$$(1) \vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$(2) \vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}, \vec{d} = -\vec{i} + 8\vec{j} - 10\vec{k}$$

$$(3) \vec{e} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 8\vec{k}, \vec{f} = \frac{3}{2}\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$$

5. 求与  $\vec{a} = \{2, 2, 1\}$ ,  $\vec{b} = \{2, 1, -2\}$  都垂直的单位向量.

## 作业 4.3

### 一、单项选择题

1. 在平面  $x + 3y = 1$  上的点是 ( ).

A.  $(-2, 1, -3)$  B.  $(3, 2, 0)$

C.  $(1, 6, 2)$  D.  $(0, 0, 1)$

2. 在空间直角坐标系中,  $y + z = 0$  的图形是 ( ).

A. 过原点的一条直线 B. 过  $x$  轴的一个平面

C. 平行于  $x$  轴的一个平面 D.  $yOz$  面

3. 在空间直角坐标系中, 平行于  $y$  轴的平面是 ( ).

A.  $y + D = 0$  B.  $Ax + By + D = 0$

C.  $Ax + Cz + D = 0$  D.  $By + Cz + D = 0$

4. 平行于  $xOy$  面且过点  $(0, 0, -2)$  的平面方程是 ( ).

A.  $x = 0$  B.  $y = 0$

C.  $z = -2$  D.  $x + y + z = -2$

5. 直线  $\frac{x-2}{0} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-4}{4}$  与  $x$  轴 ( ).

A. 斜交 B. 垂直

C. 重合 D. 平行

6. 直线  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{6} = \frac{z}{-1}$  与  $x - 4y + 3z + 5 = 0$  的位置关系是 ( ).

A. 平行 B. 重合

C. 垂直 D. 斜交

## 二、填空题

1. 过点  $(1, 1, 1)$  且垂直于向量  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$  的平面方程为\_\_\_\_\_.

2. 在空间直角坐标系中,  $z = 0$  表示\_\_\_\_\_平面,  
 $x = 0$  表示\_\_\_\_\_平面,  $y = 0$  表示\_\_\_\_\_平面.

3. 通过点  $(3, 4, -4)$ , 方向向量  $\mathbf{s} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$  的直线方程为\_\_\_\_\_.

4. 过点  $(2, 3, -8)$  且平行于直线  $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+8}{5}$  的直线方程为\_\_\_\_\_.

5. 过点  $(2, -3, 4)$  且与平面  $3x - y + 2z - 4 = 0$  垂直的直线方程为\_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 已知两点  $M(2, -1, 2), N(0, -7, 5)$ ,

求(1) 通过  $M$  且与线段  $MN$  垂直的平面方程;

(2) 所求平面在  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴上的截距.

2. 求过点  $M(1, 0, -1)$  且平行于平面  $x - 3y + 2z - 4 = 0$  的平面方程.

3. 求过  $A(1, 2, 0)$  和  $B(0, 1, -1)$  两点的直线方程.

4. 求过点  $M(2, 3, -4)$  且平行于直线  $L$ :

$$\begin{cases} x + y - 2z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 2 = 0 \end{cases} \text{ 的直线方程.}$$

## 作 业 4.4

### 一、单项选择题

1. 以点  $(1, 3, -2)$  为球心, 5 为半径的球面的标准方程为 ( ).

- A.  $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 5$   
 B.  $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 25$   
 C.  $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 5$   
 D.  $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 25$

2. 方程  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$  表示的曲面叫做 ( ).

A. 球面    B. 椭球面    C. 柱面    D. 旋转面

3. 母线平行于  $y$  轴的圆柱面方程为 ( ).

- A.  $y^2 - x^2 = 1$     B.  $x^2 + y^2 = 1$   
 C.  $x^2 + z^2 = 1$     D.  $y^2 + z^2 = 1$

4. 下列方程是圆锥面的为 ( ).

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$     B.  $z^2 = 4(x^2 + y^2)$   
 C.  $x^2 + y^2 = 6x$     D.  $3x + 2y + z = 1$

### 二、填空题

1. 在空间直角坐标系中, 方程  $z = -\sqrt{2-x^2-y^2}$  表示的图形为 \_\_\_\_\_.

2. 在空间直角坐标系中, 方程  $\frac{x^2+y^2}{4} + \frac{z^2}{2} = 1$  表示的图形为 \_\_\_\_\_.

3. 在空间直角坐标系中, 方程  $x^2 + y^2 = 10z$  表示的图形为 \_\_\_\_\_.

4. 螺旋线的参数方程为 \_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1. 方程  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - z - 1 = 0$  表示怎样的曲面?

2. 将  $yOz$  面上的椭圆  $\frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{4} = 1$  绕  $y$  轴旋转一周, 求所形成曲面的方程.

3. 将  $zOx$  面上的抛物线  $x^2 = 8z$  绕  $z$  轴旋转一周, 求所形成曲面的方程.

4. 说明下列旋转曲面是怎样形成的:

(1)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1$       (2)  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第4章自测题

## 一、单项选择题

- 空间两点  $M(1, 2, -4)$  与  $N(-2, 0, 3)$  之间的距离为 ( ).  
 A.  $\sqrt{62}$                                   B.  $6\sqrt{6}$   
 C.  $\sqrt{14}$                                     D.  $2\sqrt{32}$
- 设向量  $\vec{a} = \{2, 1, -1\}$  的终点坐标为  $(3, 1, -2)$ , 则  $\vec{a}$  的起点坐标为 ( ).  
 A.  $(1, 0, 1)$                               B.  $(1, 0, -1)$   
 C.  $(-1, 0, 1)$                             D.  $(-1, 0, -1)$
- 在空间直角坐标系中,  $2y + 3z = 0$  的图形是 ( ).  
 A. 过原点的一条直线                  B. 过  $x$  轴的一个平面  
 C. 平行于  $x$  轴的一个平面              D. 平行于  $x$  轴的一条直线
- 方程  $x^2 + y^2 + z^2 + 4z - 6 = 0$  表示 ( ).  
 A. 以点  $(0, 0, 2)$  为圆心, 以  $\sqrt{10}$  为半径的圆  
 B. 以点  $(0, 0, 2)$  为圆心, 以  $\sqrt{10}$  为半径的球  
 C. 以点  $(0, 0, -2)$  为圆心, 以  $\sqrt{10}$  为半径的圆  
 D. 以点  $(0, 0, -2)$  为圆心, 以  $\sqrt{10}$  为半径的球
- 在空间直角坐标系中, 方程  $x^2 + 3y^2 = 1$  表示 ( ).  
 A. 平行于  $z$  轴的椭圆柱面              B. 平行于  $x$  轴的椭圆柱面  
 C. 平行于  $y$  轴的椭圆柱面              D. 椭圆

## 二、填空题

- 向量  $\vec{a} = \{-1, 1, 2\}$  与  $\vec{b} = \{2, 0, 1\}$  的夹角为 \_\_\_\_\_.
- 已知  $\vec{a} = \{1, 1, -1\}$ ,  $\vec{b} = \{1, -1, -1\}$ , 则  $\vec{a} \times \vec{b} =$  \_\_\_\_\_.
- 平行于  $xOy$  面, 且过点  $(0, 0, 5)$  的平面方程为 \_\_\_\_\_.
- 过点  $(1, 1, -1)$ , 平行于直线  $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{5}$  的直线方程为 \_\_\_\_\_.
- 方程  $z^2 = x^2 + y^2$  表示 \_\_\_\_\_ 面.

## 三、计算题

- 已知向量  $\vec{a} = \{1, -1, -\sqrt{2}\}$ ,  
 求(1)  $\vec{a}$  的模, (2)  $\vec{a}$  的方向余弦和方向角.
- 求过点  $P(1, -2, 0)$  且与平面  $3x - 4y + 2z - 7 = 0$  垂直的直线方程.

3. 已知两点  $M(2, -1, 2), N(0, -7, 5)$ , 求经过点  $N$  且与直线  $MN$  垂直的平面方程.

4. 将  $zOx$  面上的抛物线  $x^2 = 16z$  绕  $z$  轴旋转一周, 求所形成曲面的方程.

5. 下列旋转曲面是怎样形成的:

(1)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{25} = 1$ , (2)  $x^2 - y^2 - z^2 = 4$ .

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第5章 二元函数微积分

## 作 业 5.1

## 一、单项选择题

- 函数  $z = \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$  的定义域为 ( ).  
 A. 圆周  $x^2 + y^2 = 1$   
 B. 圆周  $x^2 + y^2 = 1$  的内部  
 C. 圆周  $x^2 + y^2 = 1$  及内部  
 D. 圆周  $x^2 + y^2 = 1$  的外部
- 二元函数的几何图形一般是 ( ).  
 A. 一条曲线                  B. 一张曲面  
 C. 一个平面区域              D. 一个空间区域
- 函数  $z = \lg(x^2 + y^2)$  的间断点为 ( ).  
 A.  $(0,0)$                       B.  $x^2 + y^2 > 0$   
 C.  $x^2 + y^2 < 0$                 D.  $x^2 + y^2 \neq 0$

## 二、填空题

- 设  $f(x, y) = 3x^2 + y^2 - xy$ , 则  $f(-1, 2) =$  \_\_\_\_\_.
- 设  $f(u, v) = u^v$ , 则  $f(xy, x + y) =$  \_\_\_\_\_.
- $z = \lg(x + y - 2)$  的定义域为 \_\_\_\_\_.
- 求值:  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^x \cos y}{3 + x + y} =$  \_\_\_\_\_.
- 函数  $z = \frac{1}{x^2 + y^2 - 9}$  的间断点为 \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 求下列函数的定义域, 并画出定义域的图形:

$$(1) z = \frac{1}{\ln(x+y)}$$

$$(2) z = \sqrt{16 - x^2 - y^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}}$$

2. 函数  $z = \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y}$  在何处间断?



3. 设函数  $f(x, y) = \frac{\sin xy}{y}$ , 求: (1)  $f(x, y)$  的连续区域, (2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow \pi \\ y \rightarrow \frac{1}{2}}} f(x, y)$ , (3)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ , (4)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ .

## 作 业 5.2

### 一、单项选择题

1. 设  $f(x, y) = x^3 - 2x^2y + 3y^4$ , 则  $f'_x(x, y) =$  ( ).  
 A.  $3x^2 - 4xy$       B.  $3x^2 - 2x^2y$   
 C.  $x^3 - 4x$       D.  $x^3 - 4xy + 3$
2. 设  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  ( ).  
 A.  $yx^{y-1}$       B.  $x^y \ln x$       C.  $yx^y$       D.  $x^y \ln y$
3. 设  $f(x, y) = \ln(xy)$ , 则  $f'_y(1, 2) =$  ( ).  
 A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{3}{2}$       C. 2      D.  $\ln 2$
4. 设  $z = x^2y - \frac{x}{y}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  ( ).  
 A.  $2xy + \frac{x}{y}$       B.  $2xy + y$       C.  $2xy - \frac{x}{y^2}$       D.  $2xy - \frac{1}{y}$

5. 设  $z = x^3y - 3x^2y^3$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$  ( ).

- A.  $6xy - 6y^2$       B.  $3x^2y - 6xy^3$   
 C.  $6xy - 6xy^3$       D.  $3x^2y - 3x^2y^3$

6. 设  $z = x^3y - 3x^2y^3$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  ( ).

- A.  $3x^2y - 6xy^3$       B.  $3x^2 - 18xy^2$   
 C.  $6xy - 6y^3$       D.  $6xy - y^3$

7. 设  $z = \sqrt{x} \cos y$ , 则  $dz =$  ( ).

- A.  $\frac{1}{\sqrt{x}} \cos y dx + \sqrt{x} \sin y dy$   
 B.  $\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos y dx + \sqrt{x} \sin y dy$   
 C.  $\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos y dx - \sqrt{x} \sin y dy$   
 D.  $\frac{1}{\sqrt{x}} \cos y dx - \sqrt{x} \sin y dy$

### 二、填空题

1. 设  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_.
2. 设  $z = 2x^4 + 3x^2y + 6y^3 - 5$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_.
3. 设  $z = xy - \frac{x}{y}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_.
4. 设  $z = x^3y - 3x^2y^3$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$  \_\_\_\_\_.
5. 设  $z = x^2 \sin y$ , 则全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 设  $z = x^y - 2\sqrt{xy}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

2. 设  $z = e^{xy} + \sin(x+y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

3. 设  $z = e^{x^2-y^2} + x^2y$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

4. 设  $z = \sqrt{\frac{y}{x}}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,1)}, \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(1,1)}$ .

5. 设  $f(x, y) = \ln(x + \frac{y}{2x})$ , 求  $f'_x(1, 0), f'_y(1, 0)$ .

6. 设  $z = e^{xy} + x$ , 求  $z''_{xx}, z''_{xy}, z''_{yy}$ .

7. 设  $z = x \ln(xy)$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ .

8. 设  $z = \arctan \frac{y}{x}$ , 求全微分  $dz$ .

9. 设  $z = \ln(1 + \frac{x}{y})$ ,

(1) 求全微分  $dz$ ;

(2) 求当  $x = 1, y = 1, \Delta x = 0.15, \Delta y = -0.25$  时的  $dz$  的值.

\* 10. 设  $z = u^v, u = xy, v = x - y$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

\* 11. 设  $z = u^2 \ln v$ , 而  $u = \frac{x}{y}, v = 3x - 2y$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

## 作 业 5.3

### 一、单项选择题

1. 设函数  $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ , 则在点  $(0, 0)$  处  $f(x, y)$  ( ).

- A. 是极大值                      B. 是极小值  
C. 不是极值                      D. 可能是极值

2. 设函数  $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2$ , 则在点  $(0, 0)$  处  $f(x, y)$  ( ).

- A. 是极大值                      B. 是极小值  
C. 不是极值                      D. 可能是极值

3. 点  $(0, 0)$  是函数  $z = xy$  的 ( ).

A. 极大值点                      B. 极小值点

C. 驻点                              D. 极值点

4. 点  $(x_0, y_0)$  使  $f'_x(x_0, y_0) = 0$  且  $f'_y(x_0, y_0) = 0$ , 则 ( ).

A. 点  $(x_0, y_0)$  是  $f(x, y)$  的极大值点

B. 点  $(x_0, y_0)$  是  $f(x, y)$  的极小值点

C. 点  $(x_0, y_0)$  是  $f(x, y)$  的驻点

D. 点  $(x_0, y_0)$  不是  $f(x, y)$  的极值点

### 二、应用题

要造一个容积为定数  $k$  的长方体(无盖)水池, 问水池的长、宽、高各为多少时, 可使它的表面积最小?

## 作 业 5.4

### 一、单项选择题

1. 设  $D$  是圆环域  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ , 则  $\iint_D dx dy =$  ( ).

- A.  $\pi$                       B.  $2\pi$                       C.  $3\pi$                       D.  $15\pi$

2. 改变积分顺序  $\int_0^1 dx \int_{-1}^1 f(x, y) dy =$  ( ).

A.  $\int_{-1}^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$       B.  $\int_0^1 dy \int_{-1}^1 f(x, y) dx$

C.  $\int_{-1}^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$       D.  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$

## 二、填空题

1. 设区域  $D$  由曲线  $y = x^3, y = 0$  及  $x = 1$  围成, 则  $\iint_D dx dy =$  \_\_\_\_\_.

2. 设  $D$  由  $y = x, y = 1$  及  $x = 0$  围成, 将二重积分化为二次积分, 则  $\iint_D f(x, y) dx dy =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 计算  $\iint_D y e^{xy} dx dy$ , 其中  $D$  由  $x = -1, x = 1, y = 0, y = 1$  围成.

2. 计算  $\iint_D (x^2 + 6y) dx dy$ , 其中  $D$  由  $y = x, y = 2x$  及  $x = 1$  围成.

3. 计算  $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$ , 其中  $D$  由  $xy = 1, y = x$  及  $y = 2$  围成.

4. 计算  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ , 其中  $D$  由曲线  $y = x^2$  和  $y^2 = x$  围成.

## 第5章自测题

## 一、单项选择题

1. 函数  $z = \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{\sqrt{y^2-1}}$  的定义域为 ( ).

- A.  $x \leq 1$  且  $y \geq 1$       B.  $|x| \leq 1$  且  $|y| \geq 1$   
 C.  $|x| \leq 1$  且  $|y| > 1$       D.  $|x| < 1$  且  $|y| \geq 1$

2.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy \tan \frac{y}{x}$ , 则  $f(tx, ty) =$  ( ).

- A.  $f(x, y)$       B.  $tf(x, y)$   
 C.  $2tf(x, y)$       D.  $t^2f(x, y)$

3. 设  $z = \frac{1}{4}x^4y + 3x^2y - \frac{1}{3}y^3 - 5$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  ( ).

- A.  $x^3 + 6xy$       B.  $x^3 + 3x^2y$   
 C.  $4x^3 + 3x^2y$       D.  $4x^3 + 6xy$

4. 设  $z = \frac{x^2}{y}$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  ( ).

- A.  $\frac{2x}{y}$       B.  $\frac{1}{y}$   
 C.  $-\frac{1}{y^2}$       D.  $-\frac{2x}{y^2}$

5. 改变积分顺序, 则  $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy =$  ( ).

- A.  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$       B.  $\int_0^1 dy \int_{1-y}^1 f(x, y) dx$

C.  $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$       D.  $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$

## 二、填空题

1. 函数  $z = \sqrt{x} \ln(x+y)$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

2. 设  $f(x, y) = \frac{x^3 y^3}{x^2 - y^2}$ , 则  $f(\frac{y}{x}, \frac{x}{y}) =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(e, 1)} =$  \_\_\_\_\_.

4. 函数  $z = 5 - x^2 - y^2$  的极大值点为 \_\_\_\_\_.

5. 设区域  $D$  由曲线  $y = x^3$ , 直线  $x = 1$ ,  $x$  轴围成, 则

$$\iint_D dx dy = \text{_____}.$$

## 三、计算题

1. 设  $z = e^{xy} + yx^2$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1, 1)}, \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(1, 1)}$ .

2. 设  $z = x \ln(x + y)$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ .

3. 设  $z = \arctan(xy)$ , 求  $dz$ .

4. 计算  $\iint_D x^2 y dx dy$ , 其中  $D$  由曲线  $xy = 1, y = \sqrt{x}, x = 2$  围成.

## 第6章 常微分方程

### 作 业 6.1

#### 一、单项选择题

1. 微分方程  $x \frac{dy}{dx} + 3y = 0$  的通解为 ( ).

A.  $y = Cx^3$                       B.  $y = Cx^{-3}$

C.  $y = C(x+1)^{-3}$               D.  $y = C(x-1)^{-3}$

2. 微分方程  $y'' - 4y = 0$  的通解为 ( ).

A.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$       B.  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$

C.  $y = C_1 x + C_2 x^2$               D.  $y = C_1 x^{-1} + C_2 x^{-2}$

#### 二、填空题

1. 把含有\_\_\_\_\_的方程称为微分方程.

2. 凡代入微分方程使\_\_\_\_\_, 都称为微分方程的解.

3. 微分方程  $y'' = x^2 + 5$  中, 自变量为\_\_\_\_, 未知函数为\_\_\_\_, 方程的阶为\_\_\_\_\_.

4. 微分方程  $t(x')^2 - 2tx' + t = 0$  中, 自变量为\_\_\_\_, 未知函数为\_\_\_\_, 方程的阶为\_\_\_\_\_.

#### 三、计算题

1. 验证  $y = C_1 \cos \omega x + C_2 \sin \omega x$  是方程  $\frac{d^2 y}{dx^2} + \omega^2 y = 0$  的通解.

2. 验证  $y = (C_1 + C_2 x)e^{-x}$  是方程  $y'' + 2y' + y = 0$  的通解, 并求满足初始条件  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = -2, y \Big|_{x=0} = 4$  的特解.

#### 四、应用题

1. 一曲线经过点  $(2, -1)$ , 且曲线上任意点  $M$  处的切线斜率为  $x^2 - 1$ , 求该曲线的方程.

2. 取 OS 轴铅直向下为正向,并用  $g$  表示重力加速度,则物体自由落下(不计空气阻力)时,初始条件为  $S|_{t=0} = S_0$ ,  $\frac{dS}{dt}|_{t=0} = v_0$ ,求物体的运动方程.

## 作 业 6.2

### 一、单项选择题

- 下面方程中,可分离变量的方程为 ( ).  
 A.  $\frac{dy}{dx} = e^{x^2y}$       B.  $\frac{dy}{dx} = \sin(xy)$   
 C.  $y' - x^2y = 0$       D.  $y' - x^2y^2 = xy$
- 下面方程中,一阶线性齐次方程为 ( ).  
 A.  $\frac{dy}{dx} + x^2y = x$       B.  $\frac{dy}{dx} = xy^2 - 3x$   
 C.  $y' = e^{x-y}$       D.  $2y' = 3xy$
- 下面方程中,一阶线性非齐次方程为 ( ).  
 A.  $x \frac{dy}{dx} + 3y = 0$       B.  $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y + 1 = 0$   
 C.  $y' + 3xy = \sin(xy)$       D.  $y' + y^2 = x$

### 二、填空题

- $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$  型的方程称为可分离变量的方程,其解法可用 \_\_\_\_\_ 求解.
- $\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$  型的方程称为一阶线性齐次方程,其解法可用 \_\_\_\_\_,也可直接用通解公式 \_\_\_\_\_ 求解.
- $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$  型的方程称为一阶线性非齐次方程,其解法可用 \_\_\_\_\_,也可直接用通解公式 \_\_\_\_\_ 求解.

### 三、计算题

求下面微分方程的通解或特解.

- $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$ .
- $y' = 6x + 2\cos x - 1, y|_{x=0} = 1$ .



3.  $\frac{dy}{dx} = 3y^{\frac{2}{3}}.$

4.  $y' = -\frac{x}{y}, y|_{x=0} = 2.$

5.  $\frac{dy}{dx} + xy = 0.$

6.  $y' - 3xy = 0, y|_{x=0} = 2.$

7.  $y' + 2xy = x.$

8.  $xy' - 2y = x^3 \cos x, y|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0.$

## 作 业 6.3

## 一、单项选择题

1. 方程  $y'' - 4y' + 3y = 0$  的通解为 ( ).

A.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$  B.  $y = (C_1 + C_2 x) e^x$

C.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$  D.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin 3x$

2. 方程  $y'' + py' + qy = x + 3 (q \neq 0)$  的特解形式为 ( ).

A.  $y^* = x(Ax + B)$

B.  $y^* = Ax + B$

C.  $y^* = x^2(Ax + B)$

D.  $y^* = Ax^2 + Bx + C$

3. 方程  $y' - 2y = (x+1)e^{2x}$  的特解形式为 ( ).

A.  $y^* = (Ax + B)e^{2x}$

B.  $y^* = x(Ax + B)e^{2x}$

C.  $y^* = Ax e^{2x}$

D.  $y^* = C e^{2x}$

4. 方程  $y'' + 2y' + y = 3\cos x + 2\sin x$  的特解形式为 ( ).

A.  $y^* = x^2(A\cos x + B\sin x)$

B.  $y^* = x(A\cos x + B\sin x)$

C.  $y^* = \cos 2x + \sin 2x$

D.  $y^* = A\cos x + B\sin x$

## 二、填空题

1.  $y'' + py' + qy = 0$  型的方程称为 \_\_\_\_\_ 微分方程, 对应的  $\gamma^2 + p\gamma + q = 0$  称为 \_\_\_\_\_ 方程.2.  $y'' + py' + qy = f(x) (f(x) \neq 0)$  型的方程称为 \_\_\_\_\_ 微分方程.

3. 如果  $y_1(x)$  与  $y_2(x)$  是  $y'' + py' + qy = 0$  的两个特解, 且  $y_2(x) \neq 0, \frac{y_1(x)}{y_2(x)} \neq \text{常数}$ , 则  $y'' + py' + qy = 0$  的通解  $y =$  \_\_\_\_\_.

4. 如  $y^*$  是  $y'' + py' + qy = f(x)$  的一个特解, 而  $Y$  又是对应  $y'' + py' + qy = 0$  的通解, 则  $y'' + py' + qy = f(x)$  的通解  $y =$  \_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1. 求下面微分方程的通解或特解.

(1)  $y'' - 2y' - 3y = 0$ .      (2)  $y'' - 4y' + 4y = 0$ .

(3)  $y'' - 2y' + 5y = 0$ .

(4)  $S'' + 2S' + S = 0, S|_{t=0} = 4, S'|_{t=0} = -2$ .

2. 写出下面微分方程的特解形式:

(1)  $y'' - 2y' + 4y = 3x^2 + 1$ .      (2)  $y'' - 2y' = 2x^2 - 3$ .

(3)  $y'' - 6y' + 5y = 4xe^{2x}$ .      (4)  $y'' + 4y = 3\cos 2x$ .

3. 求下面微分方程的通解:

(1)  $y'' - 2y = 10x$ .      (2)  $y'' - y' - 2y = e^x$ .

$$(3) y'' + 6y' + 9y = 10\sin x.$$

### 作 业 6.4

1. 如图 6-1 所示, 当物体振动时, 既考虑弹性恢复力, 又考虑介质阻力, 这种情况所描述的阻尼自由振动的微分方程为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0,$$

当  $\delta = \omega$  时, 求该物体的运动规律.

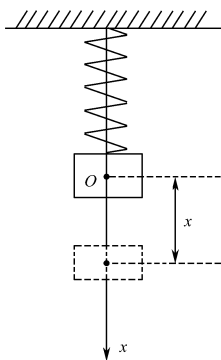


图 6-1

2. 单位质点在重力的作用下自由下落, 若不计空气阻力, 求质点满足  $S|_{t=0} = 0, v|_{t=0} = 0$  的运动规律.

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第6章自测题

## 一、单项选择题

1. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = y^2 \cos x$  的通解是 ( ).

A.  $y = -\sin x + C$

B.  $y = -\cos x + C$

C.  $y = \frac{1}{\cos x + C}$

D.  $y = -\frac{1}{\sin x + C}$ , 还有  $y = 0$

2. 微分方程  $y' + y = 2$  的通解是 ( ).

A.  $y = 2 + Ce^x$

B.  $y = 2 + Cxe^x$

C.  $y = 2 + Ce^{-x}$

D.  $y = 2 + Cxe^{-x}$

3. 微分方程  $y'' + 4y' - 5y = 5x^2$  的特解形式是 ( ).

A.  $y^* = x(Ax^2 + Bx + C)$

B.  $y^* = Ax^2 + Bx + C$

C.  $y^* = x^2(Ax^2 + Bx + C)$

D.  $y^* = Ax + B$

4. 微分方程  $y'' - 4y' + 3y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 6$ ,  $y'|_{x=0} = 10$  的特解是 ( ).

A.  $y = 3e^x + e^{3x}$

B.  $y = 2e^x + 3e^{3x}$

C.  $y = 4e^x + 2e^{3x}$

D.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$

## 二、填空题

1. 微分方程  $y' = e^{2x-y}$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 0$  的特解是 \_\_\_\_\_.

2. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = 2xy$  的通解是 \_\_\_\_\_.

3. 微分方程  $y' + 3y = e^{2x}$  的通解是 \_\_\_\_\_.

4. 设  $y_1 = e^{2x}$ ,  $y_2 = e^x$  是方程  $y'' + py' + qy = 0$  的两个特解, 则方程的通解是 \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

求下面微分方程的通解或特解.

1.  $2ydx + xdy - xydy = 0$ .      2.  $y' + y = \sin x$ .

3.  $y'' - 5y' = 0$ .

4.  $y'' - 2y' + y = 4\cos x, y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = -1$ .

## 第7章 级数

## 作业 7.1

## 一、单项选择题

1. 级数  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \cdots$  的一般项为 ( ).

A.  $\frac{1}{2n+3}$     B.  $\frac{1}{2n-1}$     C.  $\frac{1}{n+2}$     D.  $\frac{1}{n+3}$

2. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛,  $S_n$  为前  $n$  项部分和, 则下列命题正确的是 ( ).

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$     B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$   
 C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  存在    D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  可能不存在

## 二、填空题

1. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 若级数为  $2 + 6 + 12 + 20 + \cdots$ , 则级数的一般项为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

## 三、计算题

1. 判定下列级数的收敛性:

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$     (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

2. 用比较判别法判定下列级数的收敛性:

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+3} \right)^n$     (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$

3. 用比值判别法判定下列级数的收敛性:

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$     (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n} \left( \frac{e}{2} \right)^n$

## 作 业 7.2

### 一、单项选择题

1. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+3} (x+3)^n$  的收敛半径  $R$  等于 ( ).

A. 1          B. 3          C.  $\frac{1}{3}$           D.  $+\infty$

2. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$  的收敛区间为 ( ).

A.  $[-1, 1]$    B.  $(-1, 1)$    C.  $(-1, 1]$    D.  $[-1, 1)$

### 二、填空题

1. 函数  $\frac{1}{1+x^2}$  的幂级数展开式为\_\_\_\_\_.

2. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n^2}$  的收敛区间为\_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1. 求下列幂级数的收敛半径:

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n-1}$

(2)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!} x^n$

(3)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n$

2. 将下列函数展开成  $x$  的幂级数:

(1)  $\frac{1}{3+x}$

(2)  $\frac{e^x - 1}{x}$

3. 将函数  $f(x) = \frac{1}{x}$  展开成  $x-3$  的幂级数.

## 作 业 7.3

1. 将函数  $f(x) = x$  ( $-\pi \leq x \leq \pi$ ) 展开成傅里叶级数.
2. 将函数  $f(x) = |x|$  ( $-\pi \leq x \leq \pi$ ) 展开成傅里叶级数.

3. 将函数  $f(x) = x + 1$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) 展开成正弦级数.

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第7章自测题

## 一、单项选择题

- 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 其前  $n$  项部分和为  $S_n$ , 则该级数的和  $S$  等于 ( ).  
A.  $u_n$       B.  $S_n$       C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$       D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$
- 级数  $1 + (\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{4})^2 + \dots$  是 ( ).  
A. 幂级数      B. 调和级数      C.  $p$ -级数      D. 等比级数
- 以下命题正确的是 ( ).  
A. 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$   
B. 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛  
C. 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$   
D. 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛
- 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{p-2}}$  收敛, 则  $p$  满足 ( ).  
A.  $p > 2$       B.  $p > 3$       C.  $p < 2$       D.  $2 < p < 3$

## 二、填空题

- 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - u_n)$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n =$  \_\_\_\_\_.
- 等比级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{2}{3})^n$  的和  $S =$  \_\_\_\_\_.
- 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  的收敛区间为 \_\_\_\_\_.
- 函数  $\frac{1}{1-x^2}$  的幂级数展开式为 \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

- 判定下列级数的收敛性:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$



$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2+1}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

2. 求下列幂级数的收敛半径与收敛区间:

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$$

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} x^n$$

3. 将下列函数展开成  $x$  的幂级数:

$$(1) \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$(2) \sin^2 x$$

4. 将下列周期为  $2\pi$  的函数展开成傅里叶级数:

$$(1) f(x) = 2|x| \quad (2) f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \\ x, & -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2}, & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$$

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第8章 矩阵与线性方程组

### 作业 8.1

1. 设  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & a+2 & 5 \end{pmatrix}$  是上三角矩阵, 则  $a =$

\_\_\_\_\_.

2. 设  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a+3 \\ 0 & 0 & b-1 \end{pmatrix}$  为三阶单位阵, 则  $a =$

\_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

3. 写出矩阵  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$  的主对角线元素.

### 作业 8.2

#### 一、单项选择题

1. 若  $\mathbf{A}_{2 \times 3} - 2\mathbf{X} = \mathbf{B}_{2 \times 3}$ , 则  $\mathbf{X}$  是 ( ).

A. 二行二列矩阵      B. 三行三列矩阵

C. 三行二列矩阵      D. 二行三列矩阵

2. 设有矩阵  $\mathbf{A}_{3 \times 4}$ ,  $\mathbf{B}_{3 \times 3}$ ,  $\mathbf{C}_{4 \times 3}$ , 则下列运算中有意义的是 ( ).

A.  $\mathbf{AB}$       B.  $\mathbf{BC}$       C.  $\mathbf{A}^T \mathbf{B} + 2\mathbf{C}$       D.  $\mathbf{AB}^T - 2\mathbf{C}$

3. 设  $2 \begin{pmatrix} x & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & y \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 则下列成立的是 ( ).

A.  $x = 6, y = 3$       B.  $x = 3, y = 6$

C.  $x = 2, y = 6$       D.  $x = 1, y = 0$

4. 设  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 则  $\mathbf{A}^2 - \mathbf{A} + \mathbf{E} =$  ( ).

A.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$       B.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$       C.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$       D.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

#### 二、填空题

1. 设  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & a & 5 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b & 1 & 3 \\ -1 & 8 & 5 \end{pmatrix}$ , 且  $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ , 则

$a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

2.  $(-1 \ 3 \ 2) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 已知  $A = (2 \ 1 \ -1), B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ , 则  $(AB)^T = \underline{\hspace{2cm}}.$

### 三、计算题

1. 已知  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ , 求  $X$ .

2. 求  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$

3. 已知  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , 求  $A^T B^T$ .

## 作 业 8.3

### 一、单项选择题

1. 下列矩阵中秩为 2 的是 ( ).

A.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       B.  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$       D.  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. 下列矩阵中为满秩矩阵的是 ( ).

A.  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$       B.  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$\text{C. } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{D. } \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

## 二、填空题

1. 阶梯形矩阵的秩等于非零行的\_\_\_\_\_数.

2. 矩阵  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$  的行最简形矩阵为\_\_\_\_\_.

3. 矩阵  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}$  的秩为\_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 将矩阵  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$  化为行最简形矩阵.

2. 求矩阵  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  的秩.

3. 求矩阵  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ -4 & 5 & 7 & 0 \end{pmatrix}$  的秩.

4. 求矩阵  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  的秩.

# 作 业 8.4

1. 求下列矩阵的逆矩阵:

$$(1) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 解下列矩阵方程:

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 7 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3. \text{ 设 } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{AX} = 2\mathbf{X} + \mathbf{A}, \text{ 求 } \mathbf{X}.$$

## 作 业 8.5

写出以下线性方程组的系数矩阵、常数矩阵和增广矩阵：

$$1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ \quad \quad \quad x_2 + x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \end{cases}$$

## 作 业 8.6

1. 解下列齐次线性方程组：

$$(1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

2. 解下列非齐次线性方程组:

$$(1) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5 \\ 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - x_2 + 9x_3 = -6 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -11 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 6 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$3. \text{ 当 } a \text{ 取何值时, 线性方程组 } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a \\ ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 1 \end{cases} \text{ 有解? 在}$$

有解的情况下, 求出其解.

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第8章自测题

## 一、单项选择题

1.  $2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  等于 ( ).

A.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$  B.  $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  D.  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

2. 设  $\mathbf{A}$  为  $m \times s$  矩阵,  $\mathbf{B}$  为  $s \times n$  矩阵, 那么下列算式有意义的是 ( ).

A.  $\mathbf{AB}$  B.  $\mathbf{BA}$  C.  $\mathbf{A}^2$  D.  $\mathbf{AB}^T$

3. 设  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , 则  $\mathbf{A}^2 + \mathbf{E}$  等于 ( ).

A.  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$  B.  $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  C.  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  D.  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

4. 下列等式(假设运算是可行的)成立的是 ( ).

A.  $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$  B.  $\mathbf{AB} = \mathbf{A}^T \mathbf{B}^T$   
C.  $(\mathbf{AB})^T = \mathbf{A}^T \mathbf{B}^T$  D.  $(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$

5. 设  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  都是  $n$  阶矩阵,  $\mathbf{A} \neq 0$  且  $\mathbf{AB} = 0$ , 则下列等式正确的是 ( ).

A.  $\mathbf{B} = 0$

B.  $\mathbf{BA} = 0$

C.  $(\mathbf{A} - \mathbf{B})^2 = \mathbf{A}^2 - \mathbf{BA} + \mathbf{B}^2$

D.  $(\mathbf{A} + \mathbf{B})(\mathbf{A} - \mathbf{B}) = \mathbf{A}^2 - \mathbf{B}^2$

6. 齐次线性方程组  $\mathbf{AX} = 0$  只有零解的充要条件是 ( ).

A.  $r(\mathbf{A}) = n$  B.  $r(\mathbf{A}) < n$

C.  $r(\mathbf{A}) > n$  D.  $r(\mathbf{A})$  与  $n$  无关

7. 非齐次线性方程组  $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$  有唯一解的充要条件是 ( ).

A.  $r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{AB})$  B.  $r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{AB}) = n$

C.  $r(\mathbf{A}) \neq r(\mathbf{AB})$  D.  $r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{AB}) < n$

8. 线性方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 - x_3 = 6 \\ -3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$  解的情况为

( ).

A. 有无穷多解 B. 有唯一解

C. 无解 D. 只有零解

## 二、填空题

1. 设  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 4 & b & 5 \end{pmatrix}$ , 且  $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ , 则

$a + b =$  \_\_\_\_\_.

2.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $\mathbf{A}_{1 \times 2} = (-1 \ 2)$ , 则  $\mathbf{A}^T \mathbf{A} =$  \_\_\_\_\_.



4. 矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  的秩等于\_\_\_\_\_.

5.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$  的逆矩阵等于\_\_\_\_\_.

6. 设非齐次线性方程组  $AX = B$  对增广矩阵  $(AB)$  施行初等行变换得  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , 则原方程组的解为\_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1. 求下列矩阵的秩:

(1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  (2)  $\begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -3 & 1 & 11 \\ -4 & -2 & 8 \end{pmatrix}$

(3)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 3 & -1 & 10 \end{pmatrix}$

2. 求下列矩阵的逆矩阵:

(1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  (2)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

3. 解下列线性方程组:

(1) 
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5 \\ 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - x_2 + 9x_3 = -6 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

4. 当  $a$  取何值时, 方程组 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = a \end{cases}$$
 有解? 并求

其解.

## 第9章 拉普拉斯变换

### 作业 9.1

#### 一、单项选择题

1.  $L(e^{-3t}) =$  ( ).

A.  $\frac{1}{s+3}$

B.  $\frac{1}{s-3}$

C.  $\frac{1}{-(s+3)}$

D.  $\frac{1}{-(s-3)}$

2. 拉氏变换中的广义积分  $\int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt$ , 其参变量  $s$  取 ( ).

A. 自然数      B. 整数      C. 复数      D. 实数

#### 二、填空题

1. 由拉氏变换的定义,  $f(t)$  的拉氏变换  $F(s) =$  \_\_\_\_\_, 简记为  $F(s) =$  \_\_\_\_\_.

2. 指数衰减函数的表达式  $f(t) =$  \_\_\_\_\_, 其拉氏变换  $L[f(t)] =$  \_\_\_\_\_.

3. 单位阶梯函数的表达式  $u(t) =$  \_\_\_\_\_, 其拉氏变换  $L[u(t)] =$  \_\_\_\_\_.

4. 单位脉冲函数的表达式  $\delta(t) =$  \_\_\_\_\_, 其拉氏变换  $L[\delta(t)] =$  \_\_\_\_\_.

### 三、计算题

用定义求下面函数  $f(t)$  的拉氏变换.

1.  $f(t) = 3e^{-t}$

2.  $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ -1, & t \geq 4 \end{cases}$

### 作业 9.2

#### 一、单项选择题

1.  $L(t^3) =$  ( ).

A.  $\frac{6}{s^3}$

B.  $\frac{6}{s^4}$

C.  $\frac{3}{s^3}$

D.  $\frac{3}{s^4}$

2.  $L(t^3 e^{-2t}) =$  ( ).

A.  $\frac{6}{(s-3)^3}$

B.  $\frac{6}{(s+3)^3}$

C.  $\frac{6}{(s-3)^4}$

D.  $\frac{6}{(s+3)^4}$

3.  $L\left[\sin\left(3t + \frac{\pi}{6}\right)\right] =$  ( ).

A.  $\frac{s+3\sqrt{3}}{2(s^2+9)}$

B.  $\frac{\sqrt{3}s+3}{2(s^2+9)}$

C.  $\frac{s+3\sqrt{3}}{s^2+9}$

D.  $\frac{\sqrt{3}s+3}{s^2+9}$

4.  $L\left[\frac{1}{3}(1-e^{-3t})\right]=$  ( ).

A.  $\frac{1}{3s(s+3)}$

B.  $\frac{1}{3s(s-3)}$

C.  $\frac{1}{s(s+3)}$

D.  $\frac{1}{s(s-3)}$

## 二、填空题

1. 若  $\alpha, \beta$  是常数, 且  $L[f_1(t)] = F_1(s), L[f_2(t)] = F_2(s)$ , 则有线性性质  $L[\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)] =$  \_\_\_\_\_.

2. 若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则有微分性质  $L[f'(t)] =$  \_\_\_\_\_,  $L[f''(t)] =$  \_\_\_\_\_.

3. 若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则有位移性质  $L[e^{at}f(t)] =$  \_\_\_\_\_.

4. 若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则有延迟性质  $L[f(t-a)] =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

求下面函数  $f(t)$  的拉氏变换.

1.  $f(t) = 3t^3 - 2t^2 + t - 1$

2.  $f(t) = 2\sin 3t + 3\cos 5t$

3.  $f(t) = t\sin 3t + 1$

4.  $f(t) = t\cos 2t + t$

5.  $f(t) = e^{3t}\sin 2t$

6.  $f(t) = e^{-2t}\cos 3t$

7.  $f(t) = u(t-3)$

8.  $f(t) = \sin t \cdot \cos t$

### 作 业 9.3

#### 一、单项选择题

1. 已知  $F(s) = \frac{2}{s+3}$ , 则  $L^{-1}\left(\frac{2}{s+3}\right) =$  ( ).

A.  $e^{-2t}$       B.  $e^{3t}$       C.  $3e^{-2t}$       D.  $2e^{-3t}$

2. 已知  $F(s) = \frac{3}{(s+4)^2}$ , 则  $L^{-1}\left(\frac{3}{(s+4)^2}\right) =$  ( ).

A.  $3te^{4t}$       B.  $3t^2e^{4t}$       C.  $3te^{-4t}$       D.  $3t^2e^{-4t}$

3. 已知  $F(s) = \frac{2s-3}{s^2}$ , 则  $L^{-1}\left(\frac{2s-3}{s^2}\right) =$  ( ).

A.  $2+3t$       B.  $2-3t$       C.  $2t+3t^2$       D.  $2t-3t^2$

4. 已知  $F(s) = \frac{2s-5}{s^2+9}$ , 则  $L^{-1}\left(\frac{2s-5}{s^2+9}\right) =$  ( ).

A.  $2\cos 3t - \frac{5}{3}\sin 3t$       B.  $2\cos 3t + \frac{5}{3}\sin 3t$

C.  $2\cos 3t - 5\sin 3t$       D.  $2\cos 3t + 5\sin 3t$

#### 二、填空题

1. 设  $L[f_1(t)] = F_1(s)$ ,  $L[f_2(t)] = F_2(s)$ ,  $\alpha, \beta$  均为常数, 则有线性性质  $L^{-1}[\alpha F_1(s) + \beta F_2(s)] =$  \_\_\_\_\_.

2. 设  $L[f(t)] = F(s)$ , 则有位移性质  $L^{-1}[F(s-a)] =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $L[f(t)] = F(s)$ , 则有延迟性质  $L^{-1}[e^{-as}F(s)] =$  \_\_\_\_\_.

#### 三、计算题

求下面函数  $F(s)$  的拉氏变换  $f(t)$ .

1.  $F(s) = \frac{s+5}{s^2+2s+5}$

2.  $F(s) = \frac{s+1}{s^2+s-6}$

3.  $F(s) = \frac{1}{s^3+s^2}$

4.  $F(s) = \frac{1}{(s+1)(s-2)(s+3)}$

## 作 业 9.4

### 一、填空题

1. 用拉氏变换解线性微分方程的运算过程是由微分方程求拉氏变换得到\_\_\_\_\_,解代数方程得到\_\_\_\_\_,再取拉氏逆变换得到\_\_\_\_\_.

2.  $L(0) =$ \_\_\_\_\_.

### 二、计算题

用拉氏变换求下面微分方程或方程组满足初始条件的特解.

1.  $y'' - 3y' + 2y = 2 \quad y(0) = y'(0) = 0$

2.  $y'' + 2y' - 3y = e^{-1} \quad y(0) = 0, y'(0) = 1$

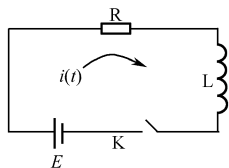
3.  $y'' + y = \sin t \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = -\frac{1}{2}$

4. 
$$\begin{cases} x' + 2x + 2y = 10e^{2t} \\ y' - 2x + y = 7e^{2t} \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 3$$

5. 
$$\begin{cases} y'' - x'' + x' - y = e^t - 2 \\ 2y'' - x'' - 2y' + x = -t \end{cases} \quad \begin{cases} x(0) = x'(0) = 0 \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

### 三、应用题

1. 在图示 R-L 串联电路中, 当  $t = 0$  时, 接上直流电源, 将开关闭合后, 建立描述电路中的瞬时电流  $i(t)$  满足的微分方程为



$$L = \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E$$

$$i(0) = 0$$

试用拉氏变换求解电路中的瞬时电流  $i(t)$ .

2. 质量为  $m$  的物体沿直线作变速运动, 从速度为零时起有外力作用于它, 方向与运动方向一致, 大小与时间成正比, 比例系数为  $k(k > 0)$ , 所受摩擦力与速度成正比, 比例系数为  $\mu(\mu > 0)$ . 建立描述物体运动的速度满足的微分方程为

$$m \frac{dv}{dt} = kt - \mu v, v(0) = 0$$

试用拉氏变换求物体运动速度与时间的关系.

学号

姓名

班级

专业

学校

## 第9章自测题

## 一、单项选择题

1. 已知  $f(t) = \begin{cases} 8, & 0 \leq t < 2; \\ 6, & t \geq 2. \end{cases}$  则  $L[f(t)] = ( \quad )$ .

A.  $\frac{2}{s}(4 + e^{-2t})$

B.  $\frac{2}{s}(4 - e^{-2t})$

C.  $\frac{1}{s}(2 + e^{-2t})$

D.  $\frac{1}{s}(2 - e^{-2t})$

2. 已知  $F(s) = \frac{1}{(s-1)^3}$ , 则  $L^{-1}[F(s)] = ( \quad )$ .

A.  $\frac{1}{2}t^2 e^t$

B.  $\frac{1}{3}t^2 e^t$

C.  $\frac{1}{2}t^2 e^{-t}$

D.  $\frac{1}{3}t^2 e^{-t}$

3. 已知  $F(s) = \frac{1}{s(s-1)^2}$ , 则  $L^{-1}[F(s)] = ( \quad )$ .

A.  $1 + e^{-t} - te^{-t}$

B.  $1 + e^t - te^t$

C.  $1 - e^{-t} + te^{-t}$

D.  $1 - e^t + te^t$

4. 已知  $F(s) = \frac{3s+9}{s^2+2s+10}$ , 则  $L^{-1}[F(s)] = ( \quad )$ .

A.  $e^{-t}(3\cos 3t - 2\sin 3t)$

B.  $e^t(3\cos 3t - 2\sin 3t)$

C.  $e^{-t}(3\cos 3t + 2\sin 3t)$

D.  $e^t(3\cos 3t + 2\sin 3t)$

## 二、填空题

1.  $L(t^4) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2.  $L(t^3 e^{-2t}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3.  $L(t \sin 3t) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4.  $L(t \cos 2t) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 三、计算题

用拉氏变换解下面微分方程满足初始条件的特解.

1.  $y'' - 3y' + 2y = 2e^{-t} \quad y(0) = 2, y'(0) = -1$

2.  $y'' + 2y' + 2y = e^{-t} \quad y(0) = y'(0) = 0$



$$3. \quad y'' + 2y' = 3e^{-2t} \quad y(0) = y'(0) = 0$$

$$4. \quad y'' + 9y = \cos 3t \quad y(0) = y'(0) = 0$$

# 参 考 答 案

## 第 1 章

### 作 业 1.1

#### 一、单项选择题

1. A 2. A 3. B 4. D

#### 二、填空题

1.  $(-3, +\infty)$  2.  $[-2, 2]$  3.  $\frac{1+x}{1+2x}$  4.  $y = \lg(2 - \sin^2 x)$

5.  $y = u^5, u = 1 + \ln x$

#### 三、计算题

1.  $(1, 5]$  2.  $f(0) = 2, f(1) = 0, f(2) = 0, f(-x) = x^2 + 3x + 2,$   
 $f(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} + 2, f(x+1) = x^2 - x$

3.  $(-1, 3], \sqrt{2}, 2, 1$  4.  $y = u^3, u = \sin v, v = 8x + 5$

5.  $y = \sqrt{u}, u = \ln v, v = \sqrt{x}$

6.  $R = \begin{cases} 150x, & 0 < x \leq 800 \\ 120x + 24000, & 800 < x \leq 1600 \end{cases}$

### 作 业 1.2

#### 一、单项选择题

1. D 2. D 3. B 4. A

#### 二、填空题

1. 1 2. 0 3. A 4. 0 5. C 6.  $\infty$  7. 0 8.  $-\infty$

#### 三、计算题

1. 1 2. 存在且等于 4 3. 5, 3, 不存在

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  不存在,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

### 作 业 1.3

#### 一、单项选择题

1. B 2. D 3. C 4. D 5. D 6. B 7. B 8. A

#### 二、填空题

1. -2 2.  $\infty$  3. 0 4.  $\infty$  5. 3 6. 3 7. 0 8.  $e^2$  9. 1

10. 2 11.  $\frac{1}{2}$  12.  $-\frac{3}{2}$

#### 三、计算题

1.  $\frac{2}{3}$  2.  $\frac{1}{2}$  3.  $\frac{1}{2}$  4. 0 5.  $2x$  6. -2 7.  $\frac{2}{3}$  8.  $e^{-1}$

9.  $e^{-2}$  10.  $\frac{1}{3}$

### 作 业 1.4

#### 一、单项选择题

1. D 2. B 3. A 4. B 5. D

#### 二、填空题

1.  $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$  2.  $e^{-1}$  3. 2 4. 5 5. 1 和 2

#### 三、计算题

1.  $\ln 2$  2. 1 3. 函数在点  $x = 2$  处不连续 4. 函数在点  $x = 0$  处连续

5.  $a = 4$  6.  $k = 2$

## 第 1 章自测题

## 一、单项选择题

1. B 2. D 3. A 4. D 5. C 6. D 7. D 8. B 9. A  
10. D 11. B 12. C 13. A 14. B 15. C

## 二、填空题

1.  $-1, 2$  2.  $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, +\infty)$  3.  $\frac{5}{3}$  4.  $-2$   
5.  $\frac{2}{3}$  6.  $\frac{3}{4}$  7. 0 8.  $e^{-2}$  9. 6 10. 1

## 三、计算题

1.  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$  2.  $-\frac{1}{2}$  3. 0 4.  $\frac{1}{4}$  5. 3 6. 0  
7.  $e^3$  8.  $e^{-2}$  9.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$  10. 连续

## 第 2 章

## 作 业 2.1

## 一、单项选择题

1. B 2. C 3. B 4. B 5. A

## 二、填空题

1. (1)  $f'(x_0)$  (2)  $3f'(x_0)$  (3)  $2f'(x_0)$  2.  $\frac{1}{2}$  3. (2, 4)

## 三、计算题

1. (1)  $\frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}$  (2)  $\frac{1}{x \ln 2}$  (3)  $\frac{1}{2}$   
2. 切线:  $3x - 2y - 1 = 0$ , 法线:  $2x + 3y - 5 = 0$

3. 连续并且可导(提示:用定义判定可导)

## 作 业 2.2

## 一、单项选择题

1. B 2. D 3. C 4. C 5. D 6. A 7. C 8. B 9. C

## 二、填空题

1.  $y = 2 - x$  2.  $1 + \frac{\pi}{2}$  3.  $10x^9 + 10^x \ln 10$  4.  $4x + \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$   
5.  $-2$  6.  $-3 \sin(2 + 3x)$  7.  $3 \ln 2 \cdot x^2 2^{x^3}$  8. 0

## 三、计算题

1. (1)  $y' = \frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} - \frac{7}{6}x^{\frac{1}{6}} - \frac{5}{3}x^{-\frac{4}{3}}$   
(2)  $y' = 3x^2 \lg x + \frac{x^2}{\ln 10} + \cos x$  (3)  $y' = 8(2x + 5)^3$   
(4)  $y' = 2e^{2x} \cos 3x - 3e^{2x} \sin 3x$  (5)  $y' = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$   
(6)  $y' = 6 \sin^2(2x + 1) \cos(2x + 1)$  (7)  $y' = \frac{2}{x}(1 + \ln x)$   
(8)  $y' = 5^{x \ln x} \ln 5 (\ln x + 1)$   
2.  $y'|_{t=\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{4}(1 + \frac{\pi}{2})$  3.  $-\frac{1}{18}$  4. 1

## 作 业 2.3

## 一、单项选择题

1. B 2. C 3. D 4. C

## 二、填空题

1.  $\frac{2y(x-y)}{3y^2 + 4xy - x^2}$  2.  $x - 2y + 4 = 0$  3.  $9(\ln 2)^2 \cdot 2^{3x}$

$$4. (6x + 4x^3)e^{x^2}$$

### 三、计算题

$$1. (1) y' = -\frac{2x+y}{x+3y^2} \quad (2) y' = -\frac{\sin(x+y)}{1+\sin(x+y)}$$

$$(3) y' = \frac{ye^y}{1-xye^y} \quad (4) y' = \frac{e^x - y}{x + e^y}$$

$$2. (1) y' = x^{\cos x} \left( \frac{1}{x} \cos x - \ln x \cdot \sin x \right)$$

$$(2) y' = \frac{\sqrt{x-2}}{(x+1)^3(4-x)^2} \left[ \frac{1}{2(x-2)} - \frac{3}{x+1} + \frac{2}{4-x} \right]$$

$$3. (1) y'' = 2\ln x + 3 - \frac{2}{x^2} \quad (2) y'' = (2+x)e^x - \frac{1}{x^2 \ln 10}$$

## 作 业 2.4

### 一、单项选择题

$$1. C \quad 2. C \quad 3. B \quad 4. D \quad 5. C \quad 6. A$$

### 二、填空题

$$1. 0, 1, 0, 11 \quad 2. \frac{1}{2x^3+x-1}, \frac{6x^2+1}{2x^3+x-1} \quad 3. (2\cos 2x + 3\sec^2 3x) dx$$

$$4. -\tan x dx \quad 5. \frac{e^x}{(1+e^x)^2} dx \quad 6. (2x \arctan x + 1) dx$$

### 三、计算题

$$1. (1) dy = \frac{1-\cos x}{\sin^2 x} dx \quad (2) dy = x(2\ln x + 1) dx$$

$$(3) dy = (\cos 3x - 3x \sin 3x - 3) dx \quad (4) dy = -\frac{\ln 2}{x^2} 2^{\sin \frac{1}{x}} \cos \frac{1}{x} dx$$

$$2. (1) \frac{dy}{dx} = \frac{3t-1}{t(3t^2+2)} \quad (2) \frac{dy}{dx} = \frac{1-2e^{2t}}{\sin t + t \cos t}$$

$$3. x \ln 2 - y - \ln 2 - 3 = 0$$

## 作 业 2.5

### 一、单项选择题

$$1. C \quad 2. A \quad 3. A \quad 4. D \quad 5. A$$

### 二、填空题

$$1. 0 \quad 2. \ln(e-1) \quad 3. \frac{7}{4} \quad 4. 0 \quad 5. \frac{1}{2}$$

### 三、计算题

$$1. \infty \quad 2. 0 \quad 3. -\frac{1}{2} \quad 4. 4\ln 2 - 4 \quad 5. \frac{1}{2} \quad 6. 0 \quad 7. +\infty$$

$$8. 1 \quad 9. -\frac{1}{2} \quad 10. \frac{1}{2} \quad 11. \frac{1}{2} \quad 12. 0 \quad 13. \infty \quad 14. 0 \quad 15. \frac{1}{2}$$

## 作 业 2.6

### 一、单项选择题

$$1. D \quad 2. B \quad 3. A \quad 4. C \quad 5. B$$

### 二、填空题

$$1. (-1, 1) \quad 2. (-\infty, -1), (-\frac{1}{3}, +\infty) \quad 3. 0 \quad 4. -4, 5$$

### 三、计算题

1. 单调增加区间  $(-\infty, 0), (2, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(0, 2)$ ; 极大值为  $f(0) = 7$ ; 极小值为  $f(2) = 3$

2. 单调增加区间  $(-\infty, 1), (5, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(1, 5)$ ; 极大值为  $f(1) = 10$ ; 极小值为  $f(5) = -22$

3. 单调增加区间  $(-\infty, -1), (2, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(-1, 2)$ ; 极大值为  $f(-1) = 21$ ; 极小值为  $f(2) = -6$

4. 单调增加区间  $(-\infty, 1), (3, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(1, 3)$ ; 极大值为

$f(1) = 6$ ; 极小值为  $f(3) = 2$

5. 单调增加区间  $(-\infty, 0)$ ; 单调减少区间  $(0, +\infty)$ ; 极大值为  $f(0) = -1$

6. 单调增加区间  $(0, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(-1, 0)$ ; 极小值为  $f(0) = 0$

7. 单调增加区间  $(0, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(-\infty, 0)$ ; 极小值为  $f(0) = 0$

8. 单调增加区间  $(-\infty, -1), (1, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(-1, 0), (0, 1)$ ; 极大值为  $f(-1) = -2$ ; 极小值为  $f(1) = 2$

## 作 业 2.7

### 一、单项选择题

1. C 2. B 3. B 4. D 5. C

### 二、填空题

1.  $f(2) = -8$  2.  $f(\frac{\pi}{2}) = 2$  3.  $f(1) = 1$  4. 最小值  $f(-1) = 0$

### 三、计算题

1. 最大值  $f(7) = 102$ , 最小值  $f(4) = -60$

2. 当高、宽均为  $\frac{30}{4+\pi}$  m 时面积最大

3. 当高与底面直径相等时, 表面积最小

4. 长为  $\frac{3}{2}$  m, 宽为 1 m

5. 当长为 18 m, 宽为 9 m 时, 所围成矩形场地最大面积为  $162 \text{ m}^2$

6. 当小正方形的边长为 10 cm 时, 方盒的容积最大

## 作 业 2.8

### 一、单项选择题

1. D 2. C 3. A 4. A 5. C

### 二、填空题

1. 下 2. 铅直,  $x = -1$  3. 凹 4.  $(-1, 9)$

### 三、计算题

1. (1) 单调增加区间  $(-\infty, -1), (1, +\infty)$ ; 单调减少区间  $(-1, 1)$ ; 极大值为  $f(-1) = 2$ ; 极小值为  $f(1) = -2$

(2) 单调减少区间  $(-\infty, -1)$ ; 单调增加区间  $(-1, +\infty)$ ; 极小值为  $f(-1) = -\frac{1}{e}$

(3) 单调增加区间  $(-\infty, +\infty)$ ; 无极值

(4) 单调减少区间  $(-\infty, -2), (0, +\infty)$ ; 单调增加区间  $(-2, 0)$ ; 极小值为  $f(-2) = -\frac{1}{4}$

2. 在  $(2, +\infty)$  为凹, 在  $(-\infty, 2)$  为凸; 拐点为  $(2, 2e^{-2})$

## 作 业 2.9

### 一、判断题

1.  $\checkmark$  2.  $\times$  3.  $\times$  4.  $\times$

### 二、填空题

1. 2 2. 4 3. 1 4. 0

### 三、计算题

1. (1)  $ds = \sqrt{1 + (6x+1)^2} dx$  (2)  $ds = \sqrt{1 + 4e^{4x}} dx$

(3)  $ds = \sqrt{1 + (1 + \cos x)^2} dx$

2. 曲率最大点为  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ , 曲率半径为 1 3.  $(0, 0)$  4.  $m(g - \frac{8hv^2}{l^2})$

## 第2章自测题(1)

## 一、单项选择题

1. C 2. A 3. C 4. A 5. B 6. B 7. C 8. B 9. A  
10. C 11. B 12. D 13. D 14. D 15. A

## 二、填空题

1. 3 2.  $2e$  3.  $-e^{-x} \cos e^{-x}$  4.  $3^{\sin x} \ln 3 \cdot \cos x$  5.  $\frac{e^x}{2\sqrt{1+e^x}} dx$   
6.  $(6x^2+1)dx$  7.  $\frac{2x}{x^2-1} dx$  8.  $2xf'(x^2)dx$  9.  $(2+x)e^x$   
10.  $\frac{e^y}{1-xe^y}$

## 三、计算题

1.  $y' = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}, dy = (2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}) dx$   
2.  $y' = 6 \sin^2(2x+1) \cos(2x+1)$   
3.  $y' = 2^{\sin^2 x} \ln 2 \cdot \sin 2x$  4.  $y' = -2(x-1)e^{-x^2+2x-1}$   
5.  $y' = \frac{1}{\sin x}, y'|_{x=\frac{\pi}{2}} = 1$  6.  $\frac{dy}{dx} = \frac{1-2x+y}{2y-x}$   
7.  $\frac{dy}{dx} = \frac{y-e^{x+y}}{e^{x+y}-x}$  8.  $\frac{dy}{dx} = \frac{e^x-y}{e^y+x}$   
9.  $\frac{dy}{dx} = \frac{ye^y}{1-xye^y}$  10.  $dy = -\frac{e^{-x}+y}{x+e^y} dx$

## 第2章自测题(2)

## 一、单项选择题

1. A 2. B 3. A 4. D 5. A 6. B 7. C 8. C 9. B  
10. C 11. A

## 二、填空题

1. 2 2.  $\sqrt{2}$  3.  $(-1, 1)$  4.  $(-\infty, -1) \cup (-\frac{1}{3}, +\infty)$   
5.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  6. 0 7. -15 8. 20 9.  $(-1, 9)$

## 三、计算题

1. (1)  $\frac{1}{2}$  (2) 1 (3) 2 (4)  $\frac{1}{2}$  (5) 0 (6) 1

2. (1) 单调增加区间 $(-\infty, 0)$ 及 $(2, +\infty)$ ; 单调减少区间 $(0, 2)$ ; 极大值为 $f(0) = 7$ ; 极小值为 $f(2) = 3$

(2) 单调增加区间 $(-\infty, -1)$ 及 $(3, +\infty)$ ; 单调减少区间 $(-1, 3)$ ; 极大值为 $f(-1) = 10$ ; 极小值为 $f(3) = -22$

(3) 单调增加区间 $(0, +\infty)$ ; 单调减少区间 $(-1, 0)$ ; 极小值为 $f(0) = 0$

(4) 单调增加区间 $(-\infty, 0)$ ; 单调减少区间 $(0, +\infty)$ ; 极大值为 $f(0) = -1$

3. 凸区间 $(2, +\infty)$ ; 凹区间 $(-\infty, 2)$ ; 拐点 $(2, -2e^{-2})$

## 四、应用题

1. 长为 50m, 宽为 25m 时, 所围矩形场地的面积最大为  $1250m^2$ .  
2. 边长为 15cm 时方盒的容积最大.  
3. 正面 10m, 侧面 15m 才能使所用材料最省.

## 第 3 章

## 作 业 3.1

## 单项选择题

1. D 2. C 3. A 4. A 5. D

## 作 业 3.2

### 一、单项选择题

1. C 2. C 3. A 4. D 5. A 6. D 7. A 8. C 9. A 10. C

### 二、填空题

1.  $f(x)$  2.  $e^{-x^2}$  3.  $x^2 \sin^5 x, \frac{\pi^2}{4}$  4.  $\frac{9}{\ln 10}$  5.  $e - 1$

## 作 业 3.3

### 一、单项选择题

1. C 2. B 3. C 4. C 5. D 6. A 7. A 8. B 9. D 10. C

### 二、填空题

1.  $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{3}x^3 + C$  2.  $\frac{3}{2}x^2 - \sin x + C$  3.  $(1-x)dx$

### 三、计算题

1.  $\frac{3}{4}x^4 - 4\sin x + \frac{2}{\ln 5}5^x + C$  2.  $\frac{x^2}{2} - \frac{2^x}{\ln 2} + \ln|x| + C$   
3.  $-2\cos x - \sin x + C$  4.  $f(x) = 2^x \ln 2 + 1$  5.  $y = x^3 - 1$

## 作 业 3.4

### 一、单项选择题

1. B 2. B 3. A 4. D 5. A 6. B 7. A 8. D 9. A  
10. C 11. B 12. C

### 二、填空题

1.  $\frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}} + C$  2.  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \ln|x| + C$

$$3. \frac{5^x e^x}{1 + \ln 5} + C$$

$$4. -\frac{1}{4}(x-3)^{-4} + C$$

$$5. -\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$$

$$6. 2\sqrt{1+x} + C$$

$$7. -e^{-x} + C$$

$$8. 2e^{\sqrt{x}} + C$$

$$9. \frac{1}{3}\sin(3x+2) + C$$

$$10. -\operatorname{cose}^x + C$$

$$11. \frac{1}{4}\arctan \frac{x}{4} + C$$

$$12. \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} + C$$

$$13. xe^x - e^x + C$$

### 三、计算题

$$1. (1) \frac{1}{2}x^2 - x + C$$

$$(2) 3\ln|x| - 2\sqrt{x} + \sin x + C$$

$$(3) -\frac{1}{x} - \arctan x + C$$

$$(4) e^x + x + C$$

$$(5) \tan x - \cot x + C$$

$$(6) 2e^x + x + C$$

$$2. (1) -\frac{2}{7}(2-x)^{\frac{7}{2}} + C$$

$$(2) -\frac{1}{2}\ln|1-x^2| + C$$

$$(3) \frac{1}{2}\ln|3+2x| + C$$

$$(4) -\frac{2}{3}\sqrt{4-3x} + C$$

$$(5) \frac{1}{4}e^{x^4} + C$$

$$(6) -\cos \ln x + C$$

$$(7) -\arctan \cos x + C$$

$$(8) \frac{1}{3}(3+2e^x)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$3. (1) 2\sqrt{x} - 2\ln(1+\sqrt{x}) + C$$

$$(2) \sqrt{2x-3} - \ln(1+\sqrt{2x-3}) + C$$

$$(3) 2\ln(1+\sqrt{x}) + C$$

$$(4) \frac{2}{3}(x+6)\sqrt{x-3} + C$$

$$(5) \frac{1}{3}(x+1)(2\sqrt{x+1}-3) + C$$

$$(6) 2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 4\ln(1+\sqrt[4]{x}) + C$$

4. (1)  $\frac{x^3}{3}\ln x - \frac{1}{9}x^3 + C$  (2)  $x\sin x + \cos x + C$

(3)  $-xe^{-x} - e^{-x} + C$

(4)  $x\arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$

(5)  $\frac{1}{4}(-2x\cos 2x + \sin 2x) + C$

(6)  $\frac{1}{2}[(1+x^2)\ln(1+x^2) - x^2] + C$

### 作 业 3.5

#### 一、单项选择题

1. C 2. A 3. D 4. B 5. C 6. B

#### 二、填空题

1. 20 2.  $\frac{8}{3}$  3. 2 4.  $\frac{1}{2}\ln 2$  5. 0

#### 三、计算题

1.  $1 - \frac{\pi}{4}$  2.  $2\ln 2 - \ln 3$  3. 1 4.  $\frac{1}{12}$  5.  $\frac{1}{3}\ln 2$

6. 0 7.  $\arctan 2 - \frac{\pi}{4}$  8.  $\frac{5}{3}$  9.  $4 - 2\arctan 2$  10.  $7 + 2\ln 2$

11.  $e^2 + 2$  12. 1 13.  $-\frac{1}{2}$  14.  $\frac{2}{9}e^3 + \frac{1}{9}$  15.  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2$

### 作 业 3.6

#### 一、单项选择题

1. D 2. B 3. A

#### 二、填空题

1. 1 2. 1

#### 三、计算题

1. 收敛于  $\frac{\pi}{4}$  2. 收敛于  $\frac{1}{2}$

### 作 业 3.7

#### 一、单项选择题

1. C 2. A 3. D 4. C 5. B

#### 二、填空题

1.  $\frac{3}{4}$  2.  $\pi \int_1^e (\ln x)^2 dx$

#### 三、应用题

1.  $\frac{1}{3}$  2.  $e + e^{-1} - 2$  3.  $\frac{3}{2} - \ln 2$  4.  $\frac{3\pi}{10}$  5.  $\frac{\pi}{6}$  6.  $8\pi$

### 第 3 章自测题(1)

#### 一、单项选择题

1. B 2. B 3. D 4. D 5. B 6. B 7. D 8. A 9. C  
10. B 11. A 12. C 13. C 14. D 15. C

#### 二、填空题

1.  $\frac{2}{x^3}$  2.  $2x(1+x)e^{2x}$  3.  $-F(\cos x) + C$  4.  $\sin 2x$

5.  $e^{3x-1} + C$  6.  $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^3}{3} + C$  7.  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + C$

8.  $\frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$  9.  $\ln(1+e^x) + C$  10.  $(x+1)e^{-x} + C$

#### 三、计算题

1.  $\frac{1}{2}\ln|3+2x| - \csc e^x + C$  2.  $\frac{1}{3}\sqrt{1+3x^2} + C$



3.  $\frac{1}{3}(3+2e^x)^{\frac{3}{2}}+C$  4.  $-\frac{1}{2}\ln|1-x^2|+C$  5.  $x-\ln(1+e^x)+C$   
 6.  $\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}+C$  7.  $-x\cos x+\sin x+C$  8.  $x\sin x+\cos x+C$   
 9.  $-\frac{1}{x}\ln x-\frac{1}{x}+C$  10.  $-\frac{1}{2}xe^{-2x}-\frac{1}{4}e^{-2x}+C$   
 11.  $\frac{2}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}}+4(x-2)^{\frac{1}{2}}+C$  12.  $2\sqrt{x-3}-2\ln(1+\sqrt{x-3})+C$

### 第3章自测题(2)

#### 一、单项选择题

1. D 2. C 3. A 4. C 5. A 6. B 7. C 8. B 9. A  
 10. C 11. B 12. C 13. C 14. B 15. A

#### 二、填空题

1.  $\ln 2$  2. 0 3.  $e^{x^2}$  4. 0 5. 0 6.  $\frac{11}{6}$  7.  $\frac{1}{2}$  8. 1  
 9.  $\frac{3}{4}$  10.  $\frac{1}{3}$

#### 三、计算题

1.  $4-2\ln 3$  2.  $4+2\ln 2$  3.  $7+2\ln 2$  4.  $\frac{5}{3}$  5.  $2-\ln 2$  6.  $2\ln 2-1$   
 7.  $\frac{e^2+1}{4}$  8.  $-2$  9.  $\frac{1}{4}$  10.  $1-\frac{2}{e}$

## 第4章

### 作业 4.1

#### 一、单项选择题

1. A 2. B 3. D

#### 二、填空题

1.  $xOy$  2.  $yOz$  3.  $x$  4.  $3\sqrt{6}$  5.  $\sqrt{19}$  6.  $(-1, -2, 3)$

#### 三、计算题

- $(-2, 0, 0)$

## 作业 4.2

#### 一、单项选择题

1. A 2. B 3. C 4. D 5. B

#### 二、计算题

1. (1)  $\sqrt{14}$  (2)  $\frac{3}{\sqrt{14}}\vec{i}+\frac{1}{\sqrt{14}}\vec{j}-\frac{2}{\sqrt{14}}\vec{k}$   
 2. (1) 2 (2)  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}$   
 3. (1)  $\{38, 23, 6\}$  (2)  $\left\{17, 33, \frac{1}{2}, -1\right\}$   
 (3) 90 (4)  $\{32, -20, -126\}$   
 4. (1)  $\cos\theta = \frac{-8}{\sqrt{78}}$  (2) 垂直 (3) 平行  
 5.  $\pm\left(\frac{-5}{\sqrt{65}}\vec{i}+\frac{6}{\sqrt{65}}\vec{j}-\frac{2}{\sqrt{65}}\vec{k}\right)$

## 作业 4.3

#### 一、单项选择题

1. A 2. B 3. C 4. C 5. B 6. D

#### 二、填空题

1.  $2x+2y+3z-7=0$  2.  $xOy, yOz, xOz$

$$3. \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{\sqrt{2}} = \frac{z+4}{-1} \quad 4. \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+8}{5}$$

$$5. \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$$

### 三、计算题

$$1. (1) 2x+6y-3z+8=0 \quad (2) -4, -\frac{4}{3}, \frac{8}{3}$$

$$2. x-3y+2z+1=0 \quad 3. \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1}$$

$$4. \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+4}{1}$$

## 作 业 4.4

### 一、单项选择题

1. B 2. B 3. C 4. B

### 二、填空题

1.  $x^2+y^2+z^2=2$  的下半球面 2. 旋转椭球面 3. 旋转抛物面

$$4. \begin{cases} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \\ z = vt \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta \\ z = b\theta \end{cases}$$

### 三、计算题

1. 以点  $(-2, 1, \frac{1}{2})$  为圆心, 以  $\frac{5}{2}$  为半径的球

$$2. \frac{y^2}{16} + \frac{x^2+z^2}{4} = 1 \quad 3. x^2+y^2=8z$$

4. (1) 椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  或  $\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$  绕  $x$  轴旋转一周

(2) 双曲线  $x^2-y^2=1$  或  $x^2-z^2=1$  绕  $x$  轴旋转一周

## 第 4 章自测题

### 一、单项选择题

1. A 2. B 3. B 4. D 5. A

### 二、填空题

1.  $90^\circ$  2.  $-2\vec{i}-2\vec{k}$  3.  $z=5$

$$4. \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{5} \quad 5. \text{圆锥}$$

### 三、计算题

$$1. (1) 2 \quad (2) \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}$$

$$2. \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z}{2} \quad 3. 2x+6y-3z+57=0$$

$$4. x^2+y^2=16z$$

5. (1) 椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$  或  $\frac{x^2}{16} + \frac{z^2}{25} = 1$  绕  $x$  轴旋转一周

(2) 双曲线  $x^2-y^2=4$  或  $x^2-z^2=4$  绕  $x$  轴旋转一周

## 第 5 章

### 作 业 5.1

### 一、单项选择题

1. B 2. B 3. A

### 二、填空题

$$1. 9 \quad 2. (xy)^{x+y} \quad 3. x+y>2 \quad 4. \frac{1}{3} \quad 5. x^2+y^2=9$$

## 三、计算题

1. (1)  $x+y>0$  且  $x+y\neq 1$  (2)  $9<x^2+y^2\leq 16$   
 2.  $x-y=0$  或  $y=0$   
 3. (1)  $y\neq 0$  (2) 2 (3) 2 (4) 0

## 作 业 5.2

## 一、单项选择题

1. A 2. B 3. A 4. D 5. A 6. B 7. C

## 二、填空题

1.  $yx^{y-1}$  2.  $3x^2+18y^2$  3.  $x+\frac{x}{y^2}$  4.  $6xy-6y^3$

5.  $2x\sin y dx + x^2\cos y dy$

## 三、计算题

1.  $yx^{y-1} - \frac{\sqrt{xy}}{x}, x^y \ln x - \frac{\sqrt{xy}}{y}$   
 2.  $ye^{xy} + \cos(x+y), xe^{xy} + \cos(x+y)$   
 3.  $2xe^{x^2-y^2} + 2xy, -2ye^{x^2-y^2} + x^2$   
 4.  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  5.  $1, \frac{1}{2}$  6.  $y^2e^{xy}, e^{xy}(1+xy), x^2e^{xy}$   
 7.  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, -\frac{x}{y^2}$  8.  $\frac{1}{x^2+y^2}(-ydx+xdy)$   
 9. (1)  $\frac{1}{y+x}dx - \frac{x}{y^2+xy}dy$  (2) 0.2  
 \* 10.  $y(x-y)(xy)^{x-y-1} + (xy)^{x-y}\ln(xy),$   
 $x(x-y)(xy)^{x-y-1} - (xy)^{x-y}\ln(xy)$   
 \* 11.  $\frac{2x}{y^2}\ln(3x-2y) + \frac{3x^2}{(3x-2y)y^2},$   
 $-\frac{2x^2}{y^3}\ln(3x-2y) - \frac{2x^2}{(3x-2y)y^2}$

## 作 业 5.3

## 一、单项选择题

1. A 2. B 3. C 4. C

## 二、应用题

长为  $\sqrt[3]{2k}$ , 宽为  $\sqrt[3]{2k}$ , 高为  $\frac{\sqrt[3]{2k}}{2}$  时, 表面积最小

## 作 业 5.4

## 一、单项选择题

1. C 2. A

## 二、填空题

1.  $\frac{1}{4}$  2.  $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x,y) dy$  (或  $\int_0^1 dy \int_0^y f(x,y) dx$ )

## 三、计算题

1.  $e + e^{-1} - 2$  2.  $\frac{13}{4}$  3.  $\frac{9}{16}$  4.  $\frac{33}{140}$

## 第 5 章自测题

## 一、单项选择题

1. C 2. D 3. A 4. D 5. C

## 二、填空题

1.  $x\geq 0$  且  $x+y>0$  2.  $\frac{x^2y^2}{y^4-x^4}$  3. e 4. (0,0) 5.  $\frac{1}{4}$

## 三、计算题

$$1. e + 2.e + 1 \quad 2. \frac{-x}{(x+y)^2} \quad 3. \frac{y}{1+x^2y^2}dx + \frac{x}{1+x^2y^2}dy \quad 4. \frac{11}{8}$$

## 第 6 章

## 作 业 6.1

## 一、单项选择题

1. B 2. A

## 二、填空题

1. 未知函数及其导数或微分      2. 方程成立的函数  
3.  $x, y, 2$       4.  $t, x, 1$

## 三、计算题

1. 是 2. 是,  $y = (4 + 2x)e^{-x}$ 

## 四、应用题

$$1. y = \frac{x^3}{3} - x - \frac{5}{3} \quad 2. S = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + S_0$$

## 作 业 6.2

## 一、单项选择题

1. C 2. D 3. B

## 二、填空题

1. 分离变量法 2. 分离变量法,  $y = Ce^{-\int p(x)dx}$   
3. 常数变易法,  $y = \left(\int q(x)e^{\int p(x)dx}dx + C\right)e^{-\int p(x)dx}$

## 三、计算题

$$1. y = \ln|x| + C \quad 2. y = 3x^2 + \sin x - x + 1$$

$$3. y = (x + C)^3 \quad 4. x^2 + y^2 = 4 \quad 5. y = Ce^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$6. y = 2e^{x^3} \quad 7. y = \frac{1}{2} + Ce^{-x^2} \quad 8. y = x^2(\sin x - 1)$$

## 作 业 6.3

## 一、单项选择题

1. C 2. B 3. A 4. D

## 二、填空题

1. 二阶常系数线性齐次, 特征 2. 二阶常系数线性非齐次  
3.  $C_1y_1(x) + C_2y_2(x)$  4.  $Y + y^*$

## 三、计算题

$$1. (1) y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x} \quad (2) y = (C_1 + C_2x)e^{2x}$$

$$(3) y = e^x(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x) \quad (4) S = (4 + 2t)e^{-t}$$

$$2. (1) y = Ax^2 + Bx + C \quad (2) y = x(Ax^2 + Bx + C)$$

$$(3) y = (Ax + B)e^{2x} \quad (4) y = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$$

$$3. (1) y = C_1e^{\sqrt{2}x} + C_2e^{-\sqrt{2}x} - 5x$$

$$(2) y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x} - \frac{1}{2}e^x$$

$$(3) y = (C_1 + C_2x)e^{-3x} + \frac{4}{5}\sin x - \frac{3}{5}\cos x$$

## 作 业 6.4

1.  $x = (C_1 + C_2t)e^{-\omega t}$ . 物体的振动随着时间增长而很快逐渐消失  
2.  $S = \frac{1}{2}gt^2$

## 第 6 章自测题

## 一、单项选择题

1. D 2. C 3. B 4. C

## 二、填空题

1.  $e^y = \frac{1}{2}(e^{2x} + 1)$  2.  $y = Ce^{x^2}$
3.  $y = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}$  4.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$

## 三、计算题

1.  $y = Cx^{-2}e^y$  2.  $y = \frac{1}{2}(\sin x - \cos x) + Ce^{-x}$
3.  $y = C_1 + C_2 e^{5x}$  4.  $y = e^x - 2\sin x$

## 第 7 章

## 作 业 7.1

## 一、单项选择题

1. B 2. C

## 二、填空题

1. 0 2.
- $n(n+1)$

## 三、计算题

1. (1) 收敛 (2) 发散 2. (1) 收敛 (2) 收敛 3. (1) 收敛 (2) 发散

## 作 业 7.2

## 一、单项选择题

1. C 2. B

## 二、填空题

- 1.
- $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$
- 2.
- $(-1, 1)$

## 三、计算题

1. (1) 1 (2)  $+\infty$  (3)  $\frac{1}{2}$
2. (1)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{3^{n+1}}$  (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n!}$
3.  $\frac{1}{3} \left[ 1 - \frac{x-3}{3} + \frac{(x-3)^2}{3^2} - \frac{(x-3)^3}{3^3} + \cdots + (-1)^n \frac{(x-3)^n}{3^n} + \cdots \right]$

## 作 业 7.3

1.  $2 \left[ \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \sin nx + \cdots \right]$   
在  $x = -\pi, x = \pi$  处, 收敛于 0
2.  $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left[ \cos x + \frac{1}{3^2} \cos 3x + \frac{1}{5^2} \cos 5x + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2} \cos(2n-1)x + \cdots \right]$
3.  $\frac{2}{\pi} \left[ (\pi+2) \sin x - \frac{\pi}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} (\pi+2) \sin 3x - \frac{\pi}{4} \sin 4x + \cdots \right]$

## 第 7 章自测题

## 一、单项选择题

1. D 2. C 3. A 4. B

## 二、填空题

1. 1 2. 3 3.
- $(-\infty, +\infty)$
- 4.
- $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$

## 三、计算题

1. (1) 收敛 (2) 发散 (3) 收敛

2. (1)
- $R = 1, (-1, 1)$
- (2)
- $R = 2, (-2, 2)$

3. (1)
- $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$
- (2)
- $\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$

4. (1)
- $f(x) = \pi - \frac{8}{\pi} \left( \frac{1}{12} \cos x + \frac{1}{32} \cos 3x + \cdots \right) \quad (-\infty < x < +\infty)$

- (2)
- $f(x) = \left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \sin x - \frac{1}{2} \sin x + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3^2\pi}\right) \sin x - \frac{1}{4} \sin 4x + \cdots \quad (x \neq (2k+1)\pi, k \in \mathbf{Z})$

## 第 8 章

## 作 业 8.1

1. -2; 2. -3, 2 3.
- $a_{11} = 1, a_{22} = -2, a_{33} = 6$

## 作 业 8.2

## 一、单项选择题

1. D 2. C 3. B 4. A

## 二、填空题

1. 8, 2 2. 5 3.
- $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

## 三、计算题

- 1.
- $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -4 \\ -5 & 10 \end{pmatrix}$
- 2.
- $\begin{pmatrix} 9 & -23 & 7 \\ 1 & 9 & -5 \\ 2 & -6 & 2 \end{pmatrix}$
- 3.
- $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

## 作 业 8.3

## 一、单项选择题

1. B 2. C

## 二、填空题

1. 行 2.
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
3. 2

## 三、计算题

- 1.
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
2. 3 3. 2 4. 3

## 作 业 8.4

1. (1)
- $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
- (2)
- $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$(3) \begin{pmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. (1) \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \quad (2) \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (3) \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3. \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

### 作业 8.5

$$1. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, (\mathbf{AB}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix},$$

$$(\mathbf{AB}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

### 作业 8.6

$$1. (1) \mathbf{X} = c_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2) \mathbf{X} = c_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2. (1) \mathbf{X} = c \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2) \mathbf{X} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3. a \neq 1 \text{ 有唯一解 } \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = a + 2 \\ x_3 = -1 \end{cases}$$

$$a = 1, \text{ 有无穷多解 } \mathbf{X} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 第 8 章自测题

#### 一、单项选择题

1. B 2. A 3. C 4. D 5. C 6. A 7. B 8. B

#### 二、填空题

$$1. 2 \quad 2. \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} \quad 3. \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \quad 4. 2$$

$$5. \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad 6. \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

## 三、计算题

1. (1) 3 (2) 2 (3) 2

2. (1)  $\begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix}$  (2)  $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

3. (1)  $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}c_1 - \frac{3}{2}c_2 \\ x_2 = \frac{1}{2}c_1 + \frac{1}{2}c_2 \\ x_3 = c_1 \\ x_4 = c_2 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} x_1 = -25c \\ x_2 = 11c \\ x_3 = -2c \\ x_4 = c \end{cases}$

(3)  $\begin{cases} x_1 = -2c - 1 \\ x_2 = c + 2 \\ x_3 = c \end{cases}$  (4)  $\begin{cases} x_1 = c_1 + \frac{1}{2} \\ x_2 = c_1 \\ x_3 = c_2 + \frac{1}{2} \\ x_4 = c_2 \end{cases}$

4. 当  $a = 2$  时, 有无穷多解  $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{7}c + \frac{3}{7} \\ x_2 = \frac{3}{7}c + \frac{2}{7} \\ x_3 = c \end{cases}$

## 第 9 章

## 作 业 9.1

## 一、单项选择题

1. A 2. C

## 二、填空题

1.  $\int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt, L[f(t)]$

2.  $\begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-\beta t}, & t \geq 0 \end{cases} (\beta > 0), \frac{1}{s+\beta}$

3.  $\begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \frac{1}{s}$  4.  $\lim_{t \rightarrow 0} \delta_\tau(t), 1$

## 三、计算题

1.  $F(s) = \frac{3}{s+1}$

2.  $F(s) = \frac{1}{s}(1 - 2e^{-4s})$

## 作 业 9.2

## 一、单项选择题

1. B 2. D 3. A 4. C

## 二、填空题

1.  $aF_1(s) + \beta F_2(s)$

2.  $sF(s) - f(0), s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$  3.  $F(s-a)$

4.  $e^{-as}F(s), a > 0$

## 三、计算题

1.  $F(s) = \frac{18}{s^4} - \frac{4}{s^3} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s}$  2.  $F(s) = \frac{6}{s^2+9} + \frac{3s}{s^2+25}$

3.  $F(s) = \frac{6s}{(s^2+9)^2} + \frac{1}{s}$  4.  $F(s) = \frac{s^2-4}{(s^2+4)^2} + \frac{1}{s^2}$

5.  $F(s) = \frac{2}{(s-3)^2+4}$  6.  $F(s) = \frac{s+2}{(s+2)^2+9}$

7.  $F(s) = \frac{1}{s}e^{-3s}$  8.  $F(s) = \frac{1}{s^2+4}$



## 作 业 9.3

## 一、单项选择题

1. D 2. C 3. B 4. A

## 二、填空题

- 1.
- $\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$
- 2.
- $e^{at} f(t)$
- 3.
- $f(t-a)u(t-a)$
- $a > 0$

## 三、计算题

1.  $f(t) = e^{-t}(\cos 2t + 2\sin t)$  2.  $f(t) = \frac{1}{5}(3e^{2t} + 2e^{-3t})$

3.  $f(t) = -1 + t + e^{-t}$

4.  $f(t) = -\frac{1}{6}e^{-t} + \frac{1}{15}e^{2t} + \frac{1}{10}e^{-3t}$

## 作 业 9.4

## 一、填空题

1. 象函数的代数方程, 象函数, 微分方程的解 2. 0

## 二、计算题

1.  $y = 1 - 2e^t + e^{2t}$  2.  $y = \frac{1}{8}(3e^t - 2e^{-t} - e^{-3t})$

3.  $y = -\frac{1}{2}t \cos t$  4.  $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = 3e^{2t} \end{cases}$  5.  $\begin{cases} x = -t + te^t \\ y = 1 - e^t + te^t \end{cases}$

## 三、应用题

1.  $i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$  2.  $v(t) = \frac{mk}{\mu^2}e^{-\frac{\mu}{m}t} + \frac{k}{\mu}t - \frac{mk}{\mu^2}$

## 第 9 章自测题

## 一、单项选择题

1. B 2. A 3. D 4. C

## 二、填空题

1.  $\frac{24}{s^3}$  2.  $\frac{6}{(s+2)^4}$  3.  $\frac{6s}{(s^2+9)^2}$  4.  $\frac{s^2-4}{(s^2+4)^2}$

## 三、计算题

1.  $y = \frac{1}{3}e^{-t} + 4e^t - \frac{7}{3}e^{2t}$  2.  $y = e^{-x}(1 - \cos x)$

3.  $y = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}e^{-2t}(1 + 2t)$  4.  $y = \frac{1}{6}t \sin 3t$